

习题 L9-21：随机事件与概率

参考答案与试题解析

1. “数学课本共 154 页，某同学随手翻开，恰好翻到第 88 页”，这个事件是()

- A. 必然事件 B. 不可能事件 C. 随机事件 D. 以上都不正确

【答案】 C

2. 下列事件中，属于随机事件的是()

- A. 太阳从东边升起
B. 打开电视，CCTV1 正在播放《典籍里的中国》
C. 过不在同一直线上的三个点确定一个圆
D. 在一个装有白球和红球的袋子里摸出黑球

【答案】 B

3. 下列事件中是确定事件的是()

- A. 14 人中至少有 2 人在同一个月过生日
B. 小明投篮一次得 3 分
C. 一个月有 30 天
D. 小林参加马拉松比赛，成绩是第一名

【答案】 A

4. 某路口红绿灯的时间设置如下：红灯 30 秒，绿灯 50 秒，黄灯 3 秒．当出租车经过该路口，遇到哪一种灯的可能性最大()

- A. 红灯 B. 绿灯 C. 黄灯 D. 不能确定

【答案】 B

5. 盒子里有 10 个球，它们只有颜色不同，其中红球有 6 个，黄球有 3 个，黑球有 1 个．小军从中任意摸一个球，下面说法正确的是()

- A. 一定是红球 B. 摸出红球的可能性最大
C. 不可能是黑球 D. 摸出黄球的可能性最小

【答案】 B

6. 掷一枚质地均匀的标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 六个数字的立方体骰子, 骰子停止后, 出现可能性最小的是()

A. 大于 3 的点数

B. 小于 3 的点数

C. 大于 5 的点数

D. 小于 5 的点数

【答案】C

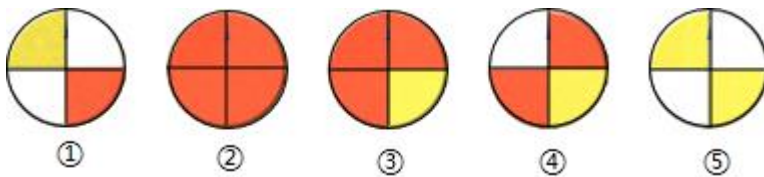
【分析】点数大于 3 的数有 4, 5, 6, 三种情况, $\therefore P_{\text{点数大于}3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

点数小于 3 的数有 1, 2, 两种情况, $\therefore P_{\text{点数小于}3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;

点数大于 5 的数有 6, 一种情况, $\therefore P_{\text{点数大于}5} = \frac{1}{6}$;

点数小于 5 的数有 1, 2, 3, 4, 四种情况, $\therefore P_{\text{点数小于}5} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;

7. 转动如图所示的各个转盘 (转盘中各个扇形的面积都相等), 当转盘停止转动时, 估计“指针落在红色区域”的可能性的, 并将转盘的序号按事件发生的可能性从小到大的顺序排列.



【分析】指针落在红色区域内的可能性是: $\frac{\text{红色区域}}{\text{总面积}}$, 比较红色区域部分的面积即可知符合题意的排序顺序为: ⑤①④③②.

8. 从 -2, 3, 4, 5 中随机选取一个数作为二次函数 $y = ax^2$ 中 a 的值, 则抛物线开口向下的概率是()

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{3}{4}$

【答案】C

【分析】在 -2、3、4、5 四个数中, $-2 < 0$, $\therefore$ 该二次函数图象开口向下的概率是 $\frac{1}{4}$;

9. 现从 -2, -1, 0, 3 中, 任取一个数作为二次函数 $y = ax^2 + 2x + 1$ 中 a 的值, 则所得抛物线与 x 轴有公共点的概率 _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$.

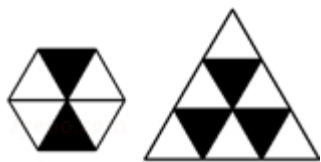
【分析】若抛物线与 x 轴有公共点，则 $\Delta = 2^2 - 4a \times 1 \geq 0$ ， $\therefore a \leq 1$.

$\because y = ax^2 + 2x + 1$ 为二次函数， $\therefore a \neq 0$ ， $\therefore a \leq 1$ 且 $a \neq 0$ ，

$\therefore$ 符合条件的数有：-2，-1，

$\therefore$ 所得抛物线与 x 轴有公共点的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

10. 如图，在水平地面上的甲、乙两个区域分别由若干个大小完全相同的正三角形瓷砖组成，小红在甲、乙两个区域内分别随意抛一个小球， P （甲）表示小球停留在甲区域中灰色部分的概率， P （乙）表示小球停留在乙区域中灰色部分的概率，下列说法中正确的是（ ）



甲

乙

A. $P(\text{甲}) < P(\text{乙})$

B. $P(\text{甲}) > P(\text{乙})$

C. $P(\text{甲}) = P(\text{乙})$

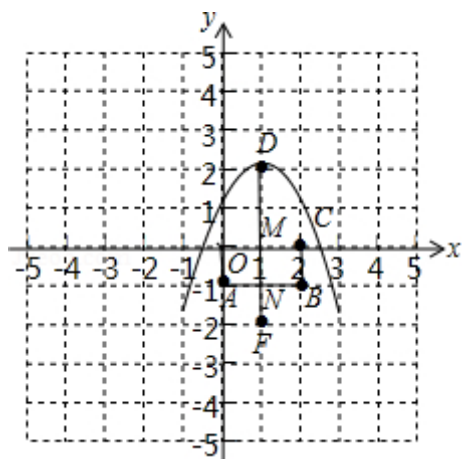
D. $P(\text{甲})$ 与 $P(\text{乙})$ 的大小关系无法确定

【答案】 C

【分析】观察两个图可知：黑色三角形面积都占总面积的 $\frac{1}{3}$ ，所以其概率相等，即 $P(\text{甲}) = P(\text{乙})$.

11. 已知点 $O(0,0)$ ，点 $A(0,-1)$ ，点 $B(2,-1)$ ，点 $C(2,0)$ ，把抛物线 $y = -x^2 + 2x + 1$ 向下平移 $n(0 \leq n \leq 4)$ 个单位后，它的顶点正好落在四边形 $OABC$ 内的概率为_____.

【分析】



抛物线的顶点 D 的坐标为 $(1, 2)$ ，把 D 向下平移 4 个单位得到点 F ， $\therefore DF = 4$ ，

直线 $x=1$ 交 AB 于 N ，交 OC 于 M ，则 $MN = 1$ ，

$\therefore$ 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 1$ 向下平移 n ($0 \leq n \leq 4$) 个单位后，

它的顶点正好落在四边形 $OABC$ 内的概率 $= \frac{MN}{DF} = \frac{1}{4}$ 。

习题 L9-22: 概率求解与估计

参考答案与试题解析

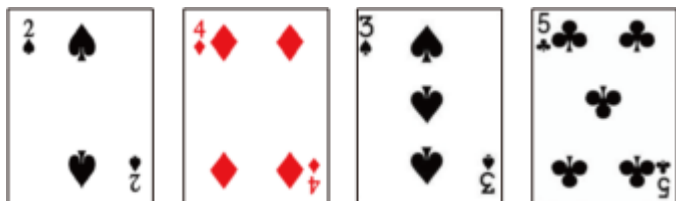
1. 一个家庭有两个孩子, 两个都是女孩的概率是()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 无法确定

【分析】画树状图得:

 $\therefore$ 共有 4 种等可能的结果, 两个都是女孩的有 1 种情况, $\therefore$ 两个都是女孩的概率是: $\frac{1}{4}$.

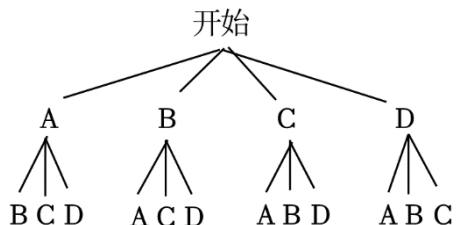
2. 有 4 张扑克牌如图所示, 将其背面朝上, 打乱顺序后放在桌面上. 若从中随机抽取两张, 则抽到的花色均为♠ (黑桃) 的概率为()



- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【分析】设 4 张扑克牌为 A, B, C, D, 画树状图如图所示,



所有等可能情况数为 12 种, 其中两张花色均为♠ (黑桃) 的扑克牌有 2 种,

则抽到的花色均为♠ (黑桃) 的概率为 $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

3. 随机抛掷两枚均匀的硬币, 落地后至少有一枚正面朝上的概率是()

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{1}{2}$

【分析】 $\therefore$ 向上抛掷两枚硬币，出现的情况有：正正，正反，反正，反反，

$\therefore$ 落地后至少有一枚正面朝上的有 3 种情况，

$\therefore$ 落地后至少有一枚正面朝上的概率是： $\frac{3}{4}$ ，

4. 一个不透明的盒子内装有 1 个红球，1 个黄球，1 个蓝球，它们除颜色外其余均相同。现从中随机摸出一球，记下颜色后放回搅匀，如此继续。小州摸球两次，则出现相同颜色的概率为()

A. $\frac{1}{9}$

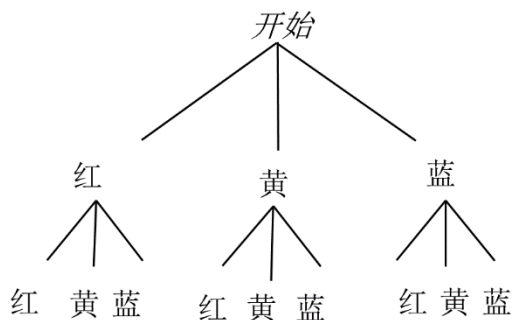
B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

【答案】C

【分析】画树状图如下：



共有 9 种等可能的结果，其中出现相同颜色的结果有 3 种

$\therefore$ 出现相同颜色的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

5. 袋子里有 4 个球，标有 2, 3, 4, 5，先抽取一个并记住，放回，然后再抽取一个，所抽取的两个球数字之和大于 6 的概率是()

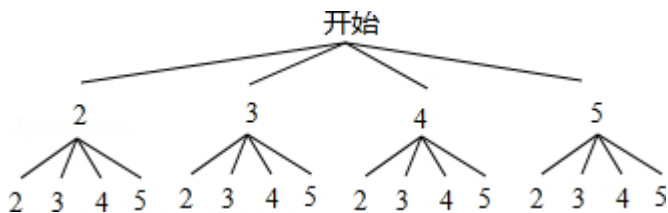
A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{7}{12}$

D. $\frac{1}{2}$

【分析】画树状图得：



$\therefore$ 共有 16 种等可能的结果，抽取的两个球数字之和大于 6 的有 10 种情况，

$\therefore$ 抽取的两个球数字之和大于 6 的概率是： $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ 。

6. 经过某十字路口的汽车，可能直行，也可能向左转或向右转．如果这三种可能性大小相同，则三辆汽车经过这个十字路口时，至少有两辆车直行的概率为()

A. $\frac{1}{3}$

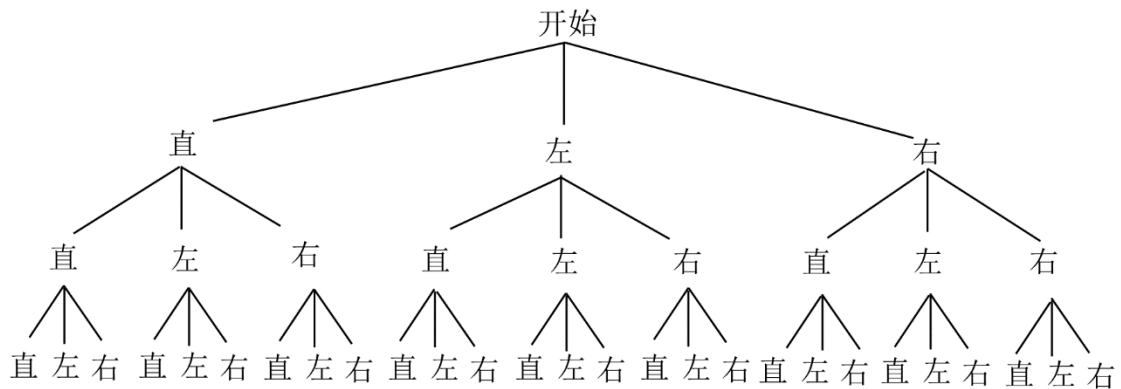
B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{7}{27}$

D. $\frac{5}{27}$

【答案】 C

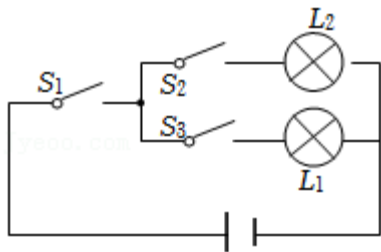
【分析】画树状图如下：



共有 27 种等可能的结果，其中至少有两辆车直行的结果有：(直，直，直)，(直，直，左)，(直，直，右)，(直，左，直)，(直，右，直)，(左，直，直)，(右，直，直)，共 7 种，

∴三辆汽车经过这个十字路口时，至少有两辆车直行的概率为 $\frac{7}{27}$ ．

7. 在如图所示的电路中，随机闭合开关 S_1 ， S_2 ， S_3 中的两个，能让灯泡 L_1 发光的概率是()



A. $\frac{1}{2}$

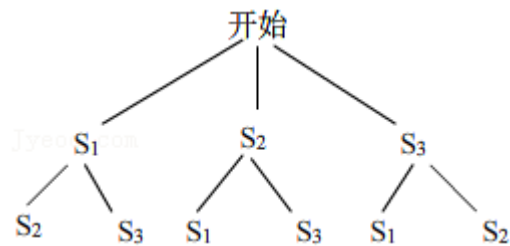
B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{2}{5}$

【答案】 B

【分析】画树状图得：



$\therefore$ 共有 6 种等可能的结果，能让灯泡 L_1 发光的有 2 种情况，

$\therefore$ 能让灯泡 L_1 发光的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

8. 在联欢会上，有 A 、 B 、 C 三名选手站在一个三角形的三个顶点位置上，他们在玩“抢凳子”游戏，要求在他们中间放一个木凳，谁先抢到凳子谁获胜，为使游戏公平，则凳子应放的最适当的位置是在 $\triangle ABC$ 的()

- A. 三边垂直平分线的交点 B. 三条中线的交点
C. 三条角平分线的交点 D. 三条高所在直线的交点

【答案】 A

【分析】 当木凳所在位置到 A 、 B 、 C 三个顶点的距离相等时，游戏公平，再由线段垂直平分线的性质即可求解.

9. 在一个不透明的口袋中有 20 个球，这些球除颜色外均相同，其中白球 x 个，绿球 $2x$ 个，其余为黑球. 搅匀后，甲从袋中任意摸出一个球，若为绿球则甲获胜，甲摸出的球放回袋中搅匀，乙从袋中任意摸出一个球，若为黑球则乙获胜，若游戏对甲、乙双方都公平，则 x 的值应为 _____.

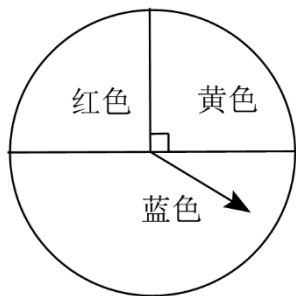
【答案】 4.

【分析】 $\therefore$ 游戏对甲、乙双方都公平， $\therefore$ 口袋中绿球和黑球的个数相等，
 $\therefore$ 黑球的个数为 $2x$ 个， $\therefore x + 2x + 2x = 20$ ，解得 $x = 4$.

10. 小敏和小华同学玩如图所示的三种颜色材质均匀的转盘游戏. 已知红色、黄色、蓝色区域的圆心角度数分别为 90° ， 90° ， 180° ，当指针刚好落在分界线时，重新转动.

- (1) 小敏同学自由转动转盘一次，求“指针落在红色区域”的概率；
- (2) 小敏和小华同学各转动转盘一次，求“指针都落在蓝色区域”的概率；
- (3) 若自由转动转盘一次，“指针落在黄色区域”小敏赢，自由转动转盘两次“指针都落在蓝色区域”小华赢，这样的规则对小敏和小华是否公平？请说明

理由.



【答案】(1) $\frac{1}{4}$;

(2) $\frac{1}{4}$;

(3) 公平.

【分析】(1) 把蓝色部分分成圆心角为 90° 的两个扇形，共 4 种可能，并且出现的可能性相同，指针落在红色区域有一种可能， $\therefore P$ 指针落在红色区域 $= \frac{1}{4}$;

(2) 列表法，

第一次/ 第二次	红色	黄色	蓝色	蓝色
红色	(红, 红)	(红, 黄)	(红, 蓝)	(红, 蓝)
黄色	(黄, 红)	(黄, 黄)	(黄, 蓝)	(黄, 蓝)
蓝色	(蓝, 红)	(蓝, 黄)	(蓝, 蓝)	(蓝, 蓝)
蓝色	(蓝, 红)	(蓝, 黄)	(蓝, 蓝)	(蓝, 蓝)

共有 16 种可能，指针刚好落在蓝色区域有 4 种，

$\therefore P$ 指针都落在蓝色区域 $= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$;

(3) $\therefore P$ 指针落在黄色区域 $= \frac{1}{4}$, P 指针都落在蓝色区域 $= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$. $\therefore$ 公平.

11. 下列说法中，正确的是()

- A. 通过少量重复试验，可以用频率估计概率
- B. 事件发生的可能性越大，它的概率越接近 1
- C. 某种彩票中奖的概率是 1%，因此买 100 张该种彩票就一定会中奖
- D. 概率很小的事件不可能发生

【答案】B

12. 某人在做抛掷硬币试验中，抛掷 n 次，正面朝上有 m 次，若正面朝上的频率是 $P = \frac{m}{n}$ ，则下列说法正确的是()

- A. P 一定等于 0.5
- B. 多投一次， P 更接近 0.5
- C. P 一定不等于 0.5
- D. 投掷次数逐渐增加， P 稳定在 0.5 附近

【答案】D

13. 在学习了“用频率估计概率”这一节内容后，某课外兴趣小组利用计算器进行模拟试验来探究“6 个人中有 2 个人同月过生日的概率”，他们将试验中获得的数据记录如下：

试验次数	100	300	500	1000	1600	2000
“有 2 个人同月过生日”的次数	80	229	392	779	1251	1562
“有 2 个人同月过生日”的频率	0.8	0.763	0.784	0.779	0.782	0.781

通过试验，该小组估计“6 个人中有 2 个人同月过生日”的概率（精确到 0.01）大约是()

- A. 0.8
- B. 0.784
- C. 0.78
- D. 0.76

【答案】C

14. 某同学抛掷两枚硬币，分 10 组实验，每组 20 次，下面是共计 200 次实验中记录下的结果.

实验组别	两个正面	一个正面	没有正面
第 1 组	6	11	3
第 2 组	2	10	8
第 3 组	6	12	2
第 4 组	7	10	3

第 5 组	6	10	4
第 6 组	7	12	1
第 7 组	9	10	1
第 8 组	5	6	9
第 9 组	1	9	10
第 10 组	4	14	2

- ① 在他的每次实验中，抛出_____、_____和_____都是随机事件；
- ② 在他的 10 组实验中，抛出“两个正面”频率最高的是他第_____组实验，抛出“两个正面”频率最低的是他的第_____组实验；
- ③ 在他的 10 组实验中，抛出“两个正面”的频率是_____，抛出“一个正面”的频率是_____，“没有正面”的频率是_____，这三个频率之和是_____；
- ④ 通过该同学的 200 次实验，请你估计在“同时抛掷两枚硬币”的实验中抛出“两个正面”的概率.

【解答】解：①分别为：两个正面，一个正面，没有正面；

② 抛出“两个正面”频率最高的是他的第 7 组实验，抛出“两个正面”频率最低的是他的第 9 组实验；

② 抛出“两个正面”的频率为： $\frac{6+2+6+7+6+7+9+5+1+4}{200} = 0.265$,

抛出“一个正面”的频率是： $\frac{11+10+12+10+10+12+10+6+9+14}{200} = 0.52$

“没有正面”的频率是： $\frac{3+8+2+3+4+1+1+9+10+2}{200} = 0.215$,

这三个频率之和是： $0.265 + 0.52 + 0.215 = 1$ ；

④ 根据③中所求“同时抛掷两枚硬币”的实验中抛出“两个正面”的概率为：0.265.

习题 L9-23: 反比例函数

参考答案与试题解析

1. 下列关系式中, y 是 x 的反比例函数的是()

A. $y = \frac{x}{3}$ B. $y = x^2$ C. $y = -\frac{3}{x}$ D. $y = \frac{1}{x^2}$

【答案】C

2. 下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是()

A. $y = -\frac{2}{x}$ B. $y = x^2 + 1$ C. $y = \frac{2}{x+1}$ D. $y = 2x - 1$

【答案】A

3. 已知函数 $y = (m^2 - m)x^{m^2 - 3m + 1}$ 是反比例函数, 则()

A. $m \neq 0$ B. $m \neq 0$ 且 $m \neq 1$ C. $m = 2$ D. $m = 1$ 或 2

【答案】C

【分析】由题意: $m^2 - 3m + 1 = -1$, 且 $m^2 - m \neq 0$, 解得: $m = 2$.4. 已知 y 是 x 的反比例函数, 并且 $x = 2$ 时, $y = 6$, 求出 y 与 x 的函数解析式.【答案】 y 与 x 的函数解析式为 $y = \frac{12}{x}$.5. 在反比例函数 $y = \frac{2019}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是()

A. $x > 0$ B. $x < 0$
C. 不等于 0 的一切实数 D. 任意实数

【答案】C

6. 若 $y = \frac{m+1}{x}$ 是 y 关于 x 的反比例函数, 则 m 的取值范围是()

A. $m > -1$ B. $m \neq -1$ C. $m < -1$ D. $m \neq 0$

【答案】B

【分析】 $m + 1 \neq 0$, 解得 $m \neq -1$.7. 根据下表中, 反比例函数的自变量 x 与函数 y 的对应值, 可得 p 的值为()

x	-2	1
y	3	p

A. 3

B. 1

C. -2

D. -6

【分析】 $-2 \times 3 = 1 \times p$ ，解得 $p = -6$ 。

8. 若 $xy^2 = -5$ ，则下列说法正确的是()

A. x 与 y 成正比例B. x 与 y^2 成正比例C. x 与 y 成反比例D. x 与 y^2 成反比例

【答案】D

9. 已知 y 与 x^2 成反比例，可设 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。已知 $y-2$ 与 x 成反比例，可设 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ；已知 y 与 $x-2$ 成反比例，可设 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $y = \frac{k}{x^2}$ ； $y = \frac{k}{x} + 2$ ； $y = \frac{k}{x-2}$ 。

10. 已知 y 与 x^2 成反比例，且当 $x = -2$ 时， $y = 2$ ，那么当 $x = 4$ 时， $y = (\quad)$

A. -2

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

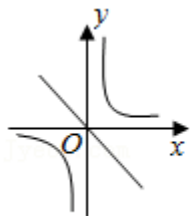
D. -4

【答案】C

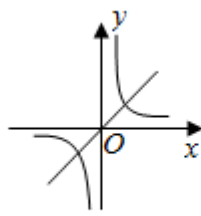
【分析】设 $y = \frac{k}{x^2}$ ， $\because x = -2$ 时， $y = 2$ ， $\therefore 2 = \frac{k}{(-2)^2}$ ，得 $k = 8$ ，

将 $x = 4$ 代入 $y = \frac{8}{x^2}$ ，得 $y = \frac{8}{4^2} = \frac{1}{2}$ 。

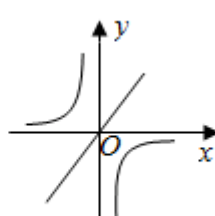
11. 如图，在同一平面直角坐标系中，函数 $y = kx$ 与 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象大致是()



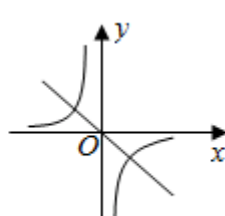
①



②



③



④

A. ①②

B. ①③

C. ②④

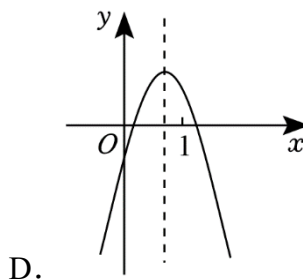
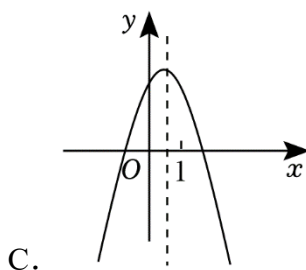
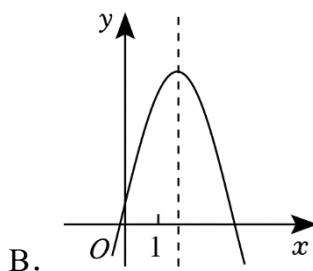
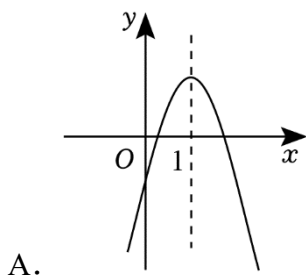
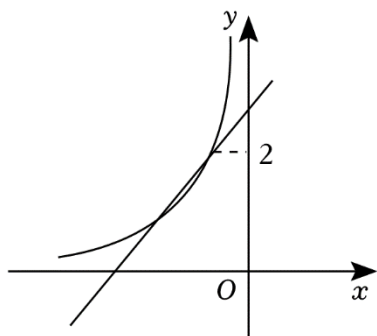
D. ③④

【答案】C

【分析】当 $k > 0$ 时，反比例函数的图象位于一、三象限，正比例函数的图象位于一三象限，②正确；

当 $k < 0$ 时，反比例函数的图象位于二、四象限，正比例函数的图象位于二四象限，④正确；

12. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在第二象限内的图象与一次函数 $y = x + b$ 的图象如图所示，则函数 $y = -x^2 + bx + 1 - k$ 的图象可能为()



【答案】 B

【分析】由题意， $b > 0$ 、 $k < 0$ ，从而函数 $y = -x^2 + bx + 1 - k$ 的图象开口向下，对称轴为直线 $x = \frac{b}{2} > 0$ ， $1 - k > 0$ ，在 B、C 两个选项中选择，又由题意，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = x + b$ 的图象有两个交点，其中一个交点纵坐标为 2， $\frac{k}{2} + b = 2$ ，进而可得 $2 - b = \frac{k}{2} < 0$ ，从而可知 $\frac{b}{2} > 1$ 。

13. 已知函数 $y = -\frac{1}{x}$ ，当 $x \geq -1$ 时， y 的取值范围是()

- A. $y \geq 1$ B. $y \leq 1$ C. $y \geq 1$ 或 $y < 0$ D. $y \leq 1$ 或 $y > 0$

【答案】C

【分析】函数在每个象限内 y 随着 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时， $y = 1$ ， $\therefore$ 当 $-1 \leq x < 0$ 时， $y \geq 1$ ，当 $x > 0$ 时， $y < 0$ ，即 $y \geq 1$ 或 $y < 0$ 。

14. 对于反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ ，当 $x > 2$ 时， y 的取值范围是_____。

【答案】 $0 < y < 3$

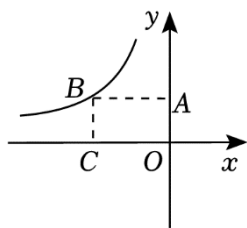
【分析】函数在第一象限内 y 随 x 的增大而减小， $\therefore 0 < y < 3$ 。

15. 对于反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ，下列说法正确的是()

- A. 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小
B. 图象分布在第二、四象限
C. 图象经过点 $(1, -2)$
D. 若点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 都在图象上，且 $x_1 < x_2$ ，则 $y_1 < y_2$

【答案】A

16. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象如图所示，下列说法正确的是()



- A. $k > 0$
B. y 随 x 的增大而减小
C. 若矩形 $OABC$ 面积为 2，则 $k = -2$
D. 若图象上点 B 的坐标是 $(-2, 1)$ ，则当 $x < -2$ 时， y 的取值范围是 $y < 1$

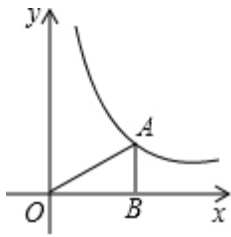
【答案】C

【分析】 $k < 0$ ；在每一象限， y 随 x 的增大而增大；若图象上点 B 的坐标是 $(-2, 1)$ ，则当 $x < -2$ 时， y 的取值范围是 $0 < y < 1$ 。

17. 如图，已知反比例函数 $y = \frac{m-7}{x}$ 的图象的一支位于第一象限。

(1) 该函数图象的另一分支位于第_____象限， m 的取值范围是_____；

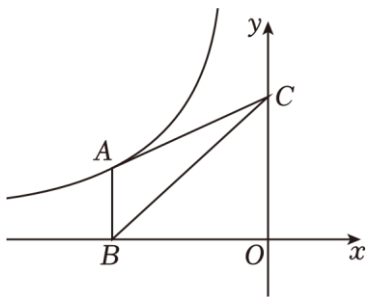
(2) 已知点 A 在反比例函数图象上， $AB \perp x$ 轴于点 B ， $\triangle AOB$ 的面积为 3，求 m 的值。



【解答】(1) 根据反比例函数的图象关于原点对称知，该函数图象的另一支在第三象限，且 $m-7 > 0$ ，则 $m > 7$ ；

(2) 由题意 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}(m-7) = 3$ ，解得： $m = 13$ 。

18. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象如图所示， $AB \parallel y$ 轴，若 $\triangle ABC$ 的面积为 3，则 k 的值为()



A. $\frac{1}{2}$

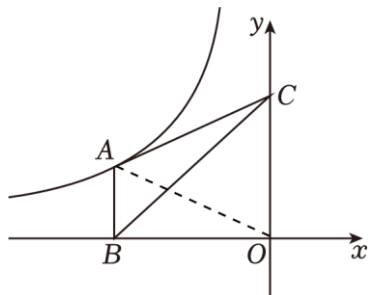
B. $-\frac{3}{2}$

C. 3

D. -6

【答案】 D

【分析】

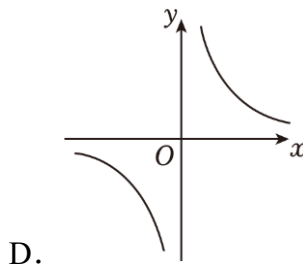
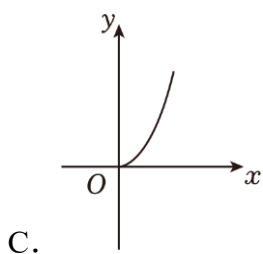
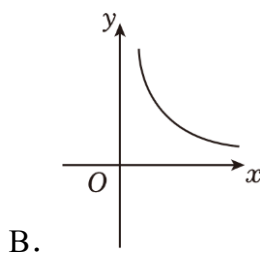
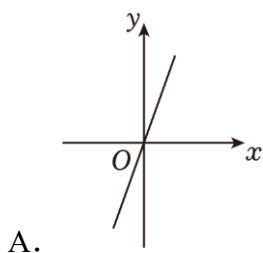


如图，根据 $AB \parallel y$ 轴， $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB}$ ，继而得到 $|k| = 2S_{\triangle OAB} = 2 \times 3 = 6$ ，又反比例函数图象在第二象限，故 $k = -6$ 。

习题 L9-24：实际问题与反比例函数

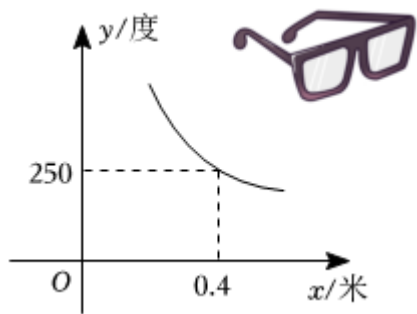
参考答案与试题解析

1. 广州南站到江门站距约 84.3km ，则动车由广州南站行驶到江门站所用时间 y (小时) 与行驶速度 x (千米/时) 之间的函数图象大致是()



【答案】B

2. 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 x (米) 之间有如图所示的反比例函数关系，若配制一副度数小于 500 度的近视眼镜，则焦距 x 的取值范围是()

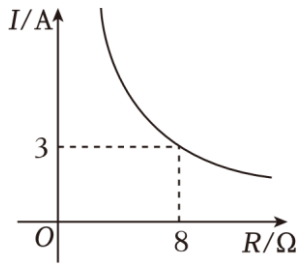
A. $x > 0.2$ B. $0 < x < 0.2$ C. $0 < x < 2$ D. $x > 2$

【答案】A

【分析】设 $y = \frac{k}{x}$ ，把 $(0.4, 250)$ 代入，得 $k = 100$ ， $\therefore y = \frac{100}{x} (x > 0)$ ， $\because y < 500$ ， $\therefore x > 0.2$ 。

3. 已知蓄电池的电压为定值，使用某蓄电池时，电流 I (单位：A) 与电阻 R (单位： Ω) 是反比例函数关系，它的图象如图所示，则当电阻为 12Ω 时，电流

为()



A. 2A

B. 3A

C. 4A

D. 5A

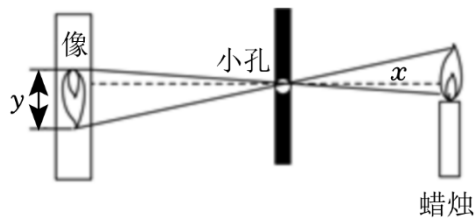
【答案】 A

【分析】 设反比例函数式 $I = \frac{U}{R}$, $\because$ 图象过 $(8, 3)$, $\therefore U = 24$, $\therefore I = \frac{24}{R}$, 当电阻 $R = 12\Omega$ 时, 电流为: $I = \frac{24}{12} = 2(A)$.

4. 如图, 根据小孔成像的科学原理, 当像距 (小孔到像的距离) 和物高 (蜡烛火焰高度) 不变时, 火焰的像高 y (单位: cm) 是物距 (小孔到蜡烛的距离) x (单位: cm) 的反比例函数, 当 $x = 6$ 时, $y = 2$.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式.

(2) 若小孔到蜡烛的距离为 $4cm$, 求火焰的像高.



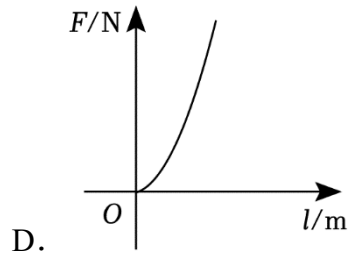
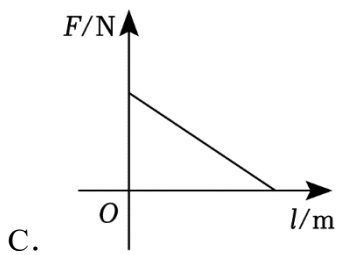
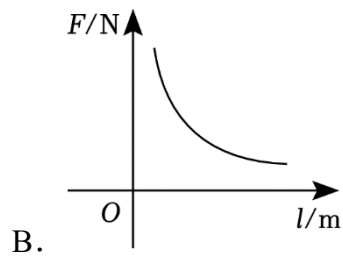
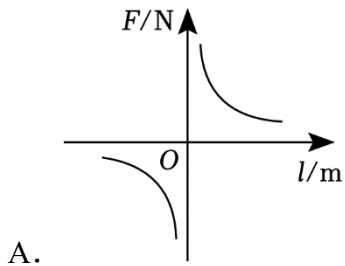
【答案】 (1) $y = \frac{12}{x}$; (2) 火焰的像高为 $3cm$.

【分析】 (1) 由题意设: $y = \frac{k}{x}$, 把 $x = 6$, $y = 2$ 代入, 得 $k = 6 \times 2 = 12$,
 $\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为: $y = \frac{12}{x}$;

(2) 把 $x = 4$ 代入 $y = \frac{12}{x}$, 得 $y = 3$, $\therefore$ 火焰的像高为 $3cm$.

5. 阿基米德说: “给我一个支点, 我就能撬动整个地球” 这句话精辟地阐明了一个重要的物理学知识——杠杆原理, 即 “阻力 $\times$ 阻力臂 = 动力 $\times$ 动力臂”. 若已知某一杠杆的阻力和阻力臂分别为 $1200N$ 和 $0.5m$, 则这一杠杆的动力 F 和动

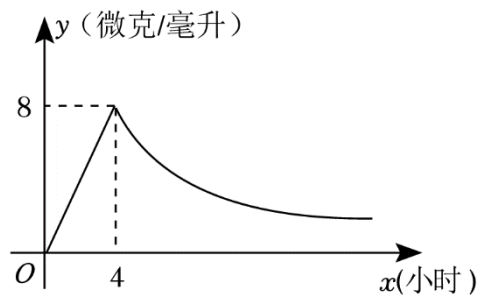
力臂 l 之间的函数图象大致是()



【答案】 B

【分析】 $\because$ 阻力 $\times$ 阻力臂 = 动力 $\times$ 动力臂，且阻力和阻力臂分别为 $1200N$ 和 $0.5m$ ，
 $\therefore$ 动力 F 关于动力臂 l 的函数解析式为： $1200 \times 0.5 = Fl$ ，即 $F = \frac{600}{l}$ ，是反比例函数，又 $\because$ 动力臂 $l > 0$ ，故 B 选项符合题意.

6. 某药品研究所开发一种抗菌新药，经多年动物实验，首次用于临床人体试验，测得成人服药后血液中药物浓度 y （微克/毫升）与服药时间 x 小时之间函数关系如图所示．则血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间为()



A. 4 小时

B. 6 小时

C. 8 小时

D. 10 小时

【答案】 B

【分析】 当 $0 \leq x \leq 4$ 时，设直线解析式为： $y = kx$ ，将 $(4, 8)$ 代入得： $8 = 4k$ ， $k = 2$ ，

直线解析式为： $y = 2x$ ，

当 $x \geq 4$ 时，设反比例函数解析式为： $y = \frac{a}{x}$ ，将 $(4, 8)$ 代入得： $8 = \frac{a}{4}$ ， $a = 32$ ，反

比例函数解析式为： $y = \frac{32}{x}$ ；

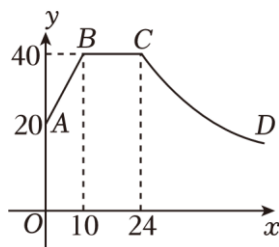
当 $0 \leq x \leq 4$ 时，令 $y = 4$ ，则 $x = 2$ ；当 $x \geq 4$ 时，令 $y = 4$ ，则 $x = \frac{32}{4} = 8$ ；

$\therefore 8 - 2 = 6$ （小时）.

7. 心理学研究发现，一般情况下，在一节 40 分钟的数学课中，学生的注意力随上课时间的变化而变化. 开始上课时，学生的注意力逐步增强，中间有一段时间学生的注意力保持在较为理想的稳定状态，随后学生的注意力开始分散. 通过实验分析可知，学生的注意力指标数 y 随时间 x （分钟）的变化规律如下图所示，点 B 的坐标为 $(10, 40)$ ，点 C 的坐标为 $(24, 40)$ ， CD 为反比例函数图象的一部分.

(1) 求 CD 所在的反比例函数的解析式.

(2) 数学老师计划在课堂上讲解一道代数推理题，准备安排 18 分钟讲解，为了达到最佳的教学效果，要求学生的注意力指标数不低于 38，请问老师的安排是否合理？并说明理由.



【解答】解：(1) 由题意，设 CD 所在反比例函数的解析式为 $y_{CD} = \frac{k}{x}$ ，

$\because$ 点 C 的坐标为 $(24, 40)$ ， $\therefore k = 24 \times 40 = 960$. $\therefore y_{CD} = \frac{960}{x} (x > 24)$.

(2) 由题意，设 $y_{AB} = mx + n$ ，又 $A(0, 20)$ ， $B(10, 40)$ ，

$\therefore \begin{cases} n = 20 \\ 10m + n = 40 \end{cases}$ ， $\therefore \begin{cases} m = 2 \\ n = 20 \end{cases}$. $\therefore y_{AB} = 2x + 20$.

令 $y_{AB} = 2x + 20 = 38$, $\therefore 38 = 2x + 20$, $\therefore x = 9$.

令 $y_{CD} = \frac{960}{x} = 38$, $\therefore x \approx 25.3$, $\therefore 25.3 - 9 = 16.3 < 18$,

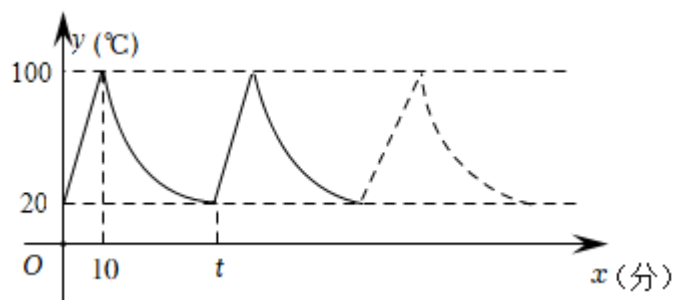
$\therefore$ 老师安排不合理.

8. 小丽家饮水机中原有水的温度为 20°C , 通电开机后, 饮水机自动开始加热, 此过程中水温 $y(^{\circ}\text{C})$ 与开机时间 x (分) 满足一次函数关系, 当加热到 100°C 时自动停止加热, 随后水温开始下降, 此过程中水温 $y(^{\circ}\text{C})$ 与开机时间 x (分) 成反比例关系, 当水温降至 20°C 时, 饮水机又自动开始加热..., 重复上述程序 (如图所示), 根据图中提供的信息, 解答问题:

(1) 当 $0 \leq x \leq 10$ 时, 求水温 $y(^{\circ}\text{C})$ 与开机时间 x (分) 的函数关系式;

(2) 求图中 t 的值;

(3) 若小丽在通电开机后即外出散步, 请你预测小丽散步 70 分钟回到家时, 饮水机内的温度约为多少 $^{\circ}\text{C}$?



【解答】 解: (1) 当 $0 \leq x \leq 10$ 时, 设水温 $y(^{\circ}\text{C})$ 与开机时间 x (分) 的函数关系为:

$$y = kx + b, \text{ 由题意, 得 } \begin{cases} b = 20 \\ 10k + b = 100 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = 8 \\ b = 20 \end{cases},$$

$\therefore$ 此函数解析式为: $y = 8x + 20$;

(2) 当 $10 \leq x \leq t$, 设水温 $y(^{\circ}\text{C})$ 与开机时间 x (分) 的函数关系式为: $y = \frac{m}{x}$,

由题意: $100 = \frac{m}{10}$, 即 $m = 1000$, 故 $y = \frac{1000}{x}$, 当 $y = 20$ 时, $20 = \frac{1000}{t}$, $t = 50$;

(3) $\because 70 - 50 = 20 > 10$, $\therefore$ 当 $x = 20$ 时, $y = \frac{1000}{20} = 50$, 故小丽散步 70 分钟回到家

时, 饮水机内的水的温度约为 50°C .

9. 某商店销售一批运动背心, 当销售价格进行调整时, 销售数量随销售价格产

生变化，具体数据如下表：

销售价格 x (元)	40	30	25	20
销售数量 y (件)	30	40	48	60

(1) 表中 y 和 x 的数据变化规律符合某种函数关系式，请求出该关系式并说明理由；

(2) 商店原定价 a 元/件，在销售收入不变的情况下，商店想尽快回收资金，决定每件背心降价 3 元出售，那么商店每天可增加销售多少件背心？

【解答】(1) 表格中数据 $xy=1200$ ，则此函数是反比例函数，设解析式为 $y=\frac{k}{x}$ ，
 $\because x=40$ 时， $y=30$ ， $\therefore 30=\frac{k}{40}$ ， $k=1200$ ， $\therefore$ 此函数解析式为 $y=\frac{1200}{x}$ ；

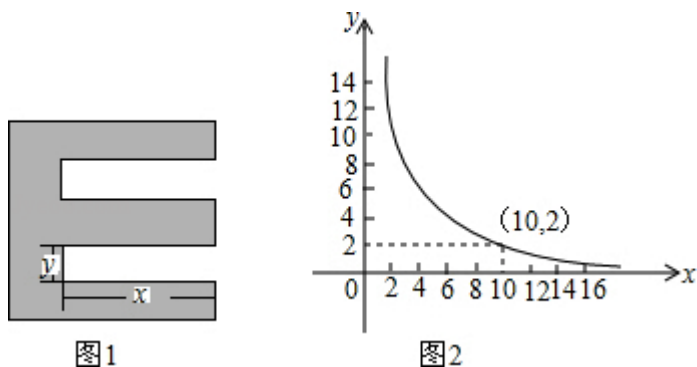
(2) $\frac{1200}{a-3}-\frac{1200}{a}=\frac{3600}{a(a-3)}$ ，即每天可增加销售 $\frac{3600}{a(a-3)}$ 件背心。

10. 一张边长为 16cm 正方形的纸片，剪去两个面积一定且一样的小矩形得到一个“E”图案如图 1. 小矩形的长 $x(\text{cm})$ 与宽 $y(\text{cm})$ 之间的函数关系如图 2：

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) “E”图案的面积是多少？

(3) 如果小矩形的长是 $6\sim 12\text{cm}$ ，求小矩形宽的范围。



【解答】(1) 设函数关系式为 $y=\frac{k}{x}$ ， $\because$ 函数图象经过 $(10,2)$

$\therefore k=10\times 2=20$ ， $\therefore y=\frac{20}{x}$ ， $\because 0<x<16$ ， $0<y<8$ ， $\therefore \frac{5}{2}<x<16$ ；

所求函数解析式为： $y=\frac{20}{x}(\frac{5}{2}<x<16)$

(2) $\because y=\frac{20}{x}$ ， $\therefore xy=20$ ， $\therefore S_E=16^2-2\times 20=216$ ；

(3) 当 $x=6$ 时, $y=\frac{10}{3}$, 当 $x=12$ 时, $y=\frac{5}{3}$,

$\therefore$ 小矩形的长是 $6 \leq x \leq 12 \text{cm}$, 小矩形宽的范围为 $\frac{5}{3} \leq y \leq \frac{10}{3}$.

习题 L9-25: 反比例函数综合

参考答案与试题解析

1. 若正比例函数 $y=kx$ 与反比例函数 $y=\frac{k'}{x}$ 的一个交点坐标为 $(-2,3)$, 则另一个交点为()

A. $(-2,-3)$ B. $(2,3)$ C. $(2,-3)$ D. $(3,2)$

【答案】C

【分析】正比例函数 $y=kx$ 与反比例函数 $y=\frac{k'}{x}$ 的两个交点关于原点对称.

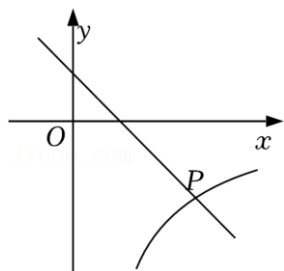
2. 点 $A(a,b)$ 为函数 $y=\frac{4}{x}$ 与 $y=x+4$ 的图象的交点, 则 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ 的值为()
- A. 1 B. 4 C. -1 D. -4

【答案】A

【分析】 $\because$ 点 $A(a,b)$ 是反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 与一次函数 $y=x+4$ 的交点,

$$\therefore b=\frac{4}{a}, \quad b=a+4, \quad \text{即: } ab=4, \quad b-a=4, \quad \therefore \frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}=1.$$

3. 如图, 在平面直角坐标系中, 函数 $y=-\frac{4}{x}(x>0)$ 与 $y=-x+1$ 的图象交于点 $P(m,n)$, 则代数式 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$ 的值为()



A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

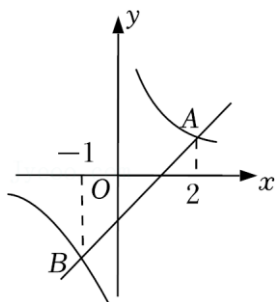
【答案】C

【分析】把点 $P(m,n)$ 分别代入 $y=-\frac{4}{x}(x>0)$ 与 $y=-x+1$ 中, 得 $mn=-4$, $n+m=1$,

$$\therefore \frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{m+n}{mn}=-\frac{1}{4}.$$

4. 如图, 若反比例函数 $y_1=\frac{k}{x}$ 与一次函数 $y_2=ax+b$ 的图象交于 $A(2,y_1)$ 、

$B(-1, y_2)$ 两点, 则不等式 $ax+b > \frac{k}{x}$ 的解集为 _____.



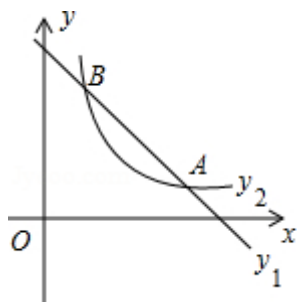
【答案】 $-1 < x < 0$ 或 $x > 2$.

【分析】 当 $-1 < x < 0$ 或 $x > 2$ 时, 一次函数图象在反比例函数图象的上方.

5. 如图, 函数 $y_1 = -x + 4$ 的图象与函数 $y_2 = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $A(m, 1)$, $B(1, n)$ 两点.

(1) 求 k 、 m 、 n 的值;

(2) 利用图象写出当 $x > 1$ 时, y_1 和 y_2 的大小关系.



【答案】 (1) $k = 3$; $m = 3$; $n = 3$.

(2) 见分析.

【分析】 (1) 把 $A(m, 1)$ 代入 $y = -x + 4$ 得: $1 = -m + 4$, 即 $m = 3$;

$\therefore A(3, 1)$, 把 $A(3, 1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得: $k = 3$;

把 $B(1, n)$ 代入 $y = -x + 4$ 得: $n = -1 + 4 = 3$.

(2) $\because A(3, 1)$, $B(1, 3)$,

$\therefore$ 根据图象得: 当 $1 < x < 3$ 时, $y_1 > y_2$; 当 $x > 3$ 时, $y_1 < y_2$; 当 $x = 3$ 时, $y_1 = y_2$.

6. 在平面直角坐标系中, 已知函数 $y = -x + 1$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 的图象有一个公共点 $C(m, 2)$.

(1) $k =$ _____;

(2) 写出不等式 $\frac{k}{x} > -x+1$ 的解集 ____.

【答案】(1) -2 ;

(2) $-1 < x < 0$ 或 $x > 2$.

【分析】(1) 对于 $y = -x+1$, 当 $y = 2$ 时, $x = -1$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-1, 2)$, $\therefore y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $C(-1, 2)$, $\therefore k = -1 \times 2 = -2$.

(2) 解方程组 $\begin{cases} y = -x+1 \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$,

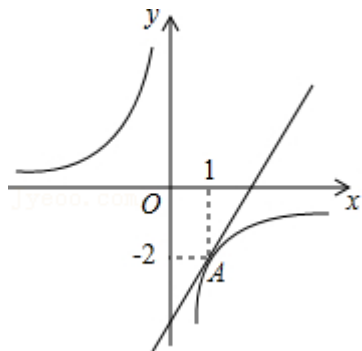
$\therefore$ 函数 $y = -x+1$ 与 $y = -\frac{2}{x}$ 图象的交点分别为 $C(-1, 2)$, $D(2, -1)$,

不等式 $\frac{k}{x} > -x+1$ 的解集为: $-1 < x < 0$ 或 $x > 2$.

7. 如图, 直线 $y = ax - 4 (a \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 只有一个公共点 $A(1, -2)$.

(1) 求 k 与 a 的值;

(2) 若直线 $y = ax + b (a \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 有两个公共点, 请直接写出 b 的取值范围.



【答案】见分析.

【分析】(1) $\therefore$ 直线 $y = ax - 4 (a \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 只有一个公共点 $A(1, -2)$.

$\therefore \begin{cases} -2 = a - 4 \\ -2 = \frac{k}{1} \end{cases}$, 解得: $a = 2$, $k = -2$;

(2) 若直线 $y = ax + b (a \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 有两个公共点,

则方程组 $\begin{cases} y = 2x + b \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases}$ 有两个不同的解,

$\therefore 2x+b=-\frac{2}{x}$ 有两个不相等的解，

整理得： $2x^2+bx+2=0$ ， $\therefore \Delta=b^2-16>0$ ，解得： $b<-4$ ，或 $b>4$ 。

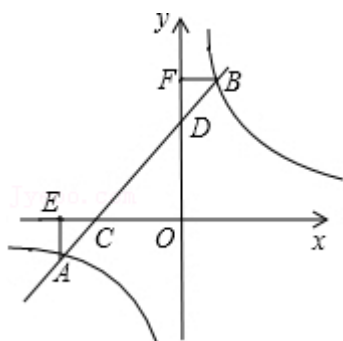
(也可通过分析函数图像有两个交点求解)

8. 已知直线 $y=mx+n$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 交于 A 、 B 两点，点 A 在点 B 的左边，

与 x 轴、 y 轴分别交于点 C ， D ， $AE \perp x$ 轴于 E ， $BF \perp y$ 轴于 F 。

(1) 若 $m=k$ ， $n=0$ ，求 A ， B 两点的坐标(用含 m 的代数式表示)。

(2) 如图，若 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，写出 y_1+y_2 与 n 的大小关系，并证明。



【答案】 (1) $A(-1, -m)$ 、 $B(1, m)$ 。(2) $y_1+y_2=n$ 。

【分析】 (1) $\because n=0$ ， $\therefore y=mx$ 。 $\because m=k$ ， $\therefore y=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$)。

$\therefore mx=\frac{m}{x}$ ，则 $x^2=1$ ，解得： $x=1$ 或 $x=-1$ ，

当 $x=-1$ 时， $y=-m$ ，当 $x=1$ 时， $y=m$ ，

$\therefore A(-1, -m)$ 、 $B(1, m)$ 。

(2) 联立 $\begin{cases} y=mx+n \\ y=\frac{k}{x} \end{cases}$ ，整理得 $mx^2+nx-k=0$ ，

$\therefore x_1+x_2=-\frac{n}{m}$ ， $x_1x_2=-\frac{k}{m}$ ，

$\therefore y_1+y_2=m(x_1+x_2)+2n=-n+2n=n$ 。

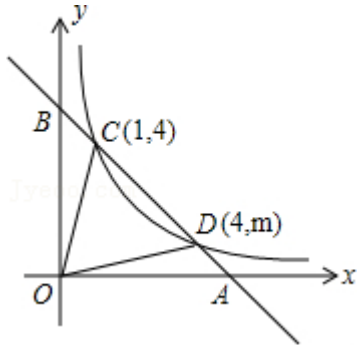
9. 如图，一次函数 $y=ax+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象交于第一象限 C ，

D 两点，与坐标轴交于 A 、 B 两点，连接 OC ， OD (O 是坐标原点)。

(1) 利用图中条件，求反比例函数的解析式和 m 的值；

(2) 求 $\triangle DOC$ 的面积.

(3) 双曲线上是否存在一点 P , 使得 $\triangle POC$ 和 $\triangle POD$ 的面积相等? 若存在, 给出证明并求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



【分析】(1) 把 $C(1,4)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k=4$, 把 $(4,m)$ 代入 $y = \frac{4}{x}$, 得 $m=1$;

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{4}{x}$, $m=1$;

(2) 把 $C(1,4)$, $D(4,1)$ 代入 $y = ax + b$ 得出 $\begin{cases} a+b=4 \\ 4a+b=1 \end{cases}$, 解得 $a=-1$, $b=5$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -x + 5$, 把 $y=0$ 代入 $y = -x + 5$, 得 $x=5$, $\therefore OA=5$,

$\therefore S_{\triangle DOC} = S_{\triangle COA} - S_{\triangle DOA} = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 - \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = 7.5$;

(3) 双曲线上存在点 $P(2,2)$, 使得 $S_{\triangle POC} = S_{\triangle POD}$, 理由如下:

$\because C$ 点坐标为: $(1,4)$, D 点坐标为: $(4,1)$,

$\therefore OD = OC = \sqrt{17}$,

$\therefore$ 当点 P 在 $\angle COD$ 的平分线上时, $\angle COP = \angle POD$, 又 $OP = OP$,

$\therefore \triangle POC \cong \triangle POD$, $\therefore S_{\triangle POC} = S_{\triangle POD}$.

$\because C$ 点坐标为: $(1,4)$, D 点坐标为: $(4,1)$, 可得 $\angle COB = \angle DOA$,

又 $\because$ 这个点是 $\angle COD$ 的平分线与双曲线的 $y = \frac{4}{x}$ 交点,

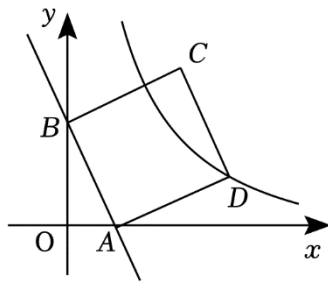
$\therefore \angle BOP = \angle POA$, $\therefore P$ 点横纵坐标相等, 即 $xy = 4$, $x^2 = 4$,

$\therefore x = \pm 2$, $\because x > 0$, $\therefore x = 2$, $y = 2$,

故 P 点坐标为 $(2,2)$, 使得 $\triangle POC$ 和 $\triangle POD$ 的面积相等

利用点 CD 关于直线 $y=x$ 对称, $P(2,2)$ 或 $P(-2,-2)$.

10. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y=-3x+3$ 交 x 轴于 A 点, 交 y 轴于 B 点, 以 AB 为边在第一象限作正方形 $ABCD$, 其中顶点 D 恰好落在双曲线 $y=\frac{k}{x}$, 现将正方形 $ABCD$ 向下平移 a 个单位, 可以使得顶点 C 落在双曲线上, 则 a 的值为()

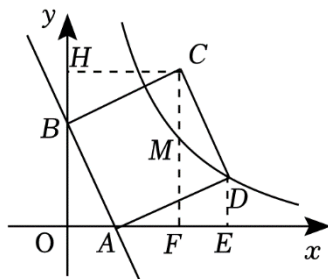


- A. 3 B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. 2

【答案】 B

【分析】 点 $A(1,0)$, 点 $B(0,3)$, $\therefore OA=1$, $OB=3$,

过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于 E ; 过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于 F , $CH \perp y$ 轴于 H ,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore AB=AD$, $\angle BAD=90^\circ$, $\therefore \angle BAO + \angle DAE = 90^\circ$, 又 $\angle BAO + \angle ABO = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABO = \angle DAE$,

在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle DAE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABO = \angle DAE \\ \angle AOB = \angle DEA = 90^\circ, \\ AB = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DAE (AAS)$,

$\therefore OA=DE=1$, $OB=AE=3$, $\therefore OE=OA+AE=4$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(4,1)$,

同理可证: $\triangle ABO \cong \triangle BCH(AAS)$, 点 C 的坐标为 $(3,4)$,

$\therefore$ 点 D 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上, $\therefore k = 4$, $\therefore$ 双曲线的解析式为: $y = \frac{4}{x}$,

设 CF 与双曲线交于点 M ,

$\therefore$ 将正方形 $ABCD$ 向下平移 a 个单位, 使顶点 C 落在双曲线上,

$\therefore$ 点 C 就落在点 M 处, 即平移后点 C 与点 M 重合,

$\therefore CM = a$, $\therefore MF = CF - CM = 4 - a$, $\therefore$ 点 M 的坐标为 $(3, 4 - a)$,

$\therefore$ 点 M 在双曲线上, $\therefore 3(4 - a) = 4$, 解得: $a = \frac{8}{3}$.