



1.2.1.2 题型2: 均值不等式的拓展

目标、 菁英专属

完备的均值不等式

【例1】 难度 ★★★

(2014 上海春季高考真题第 22 题) 已知 $a > 0, b > 0$, 若 $a + b = 4$, 则 ()A. $a^2 + b^2$ 有最小值B. $\sqrt{ab}$ 有最小值C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 有最大值D. $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ 有最大值

【例2】 难度 ★★★

(2015 福建卷高考真题文科第 5 题) 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 (a > 0, b > 0)$ 过点 $(1, 1)$, 则 $a + b$ 的最小值等于 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【例3】 难度 ★★★

(多选题) 已知正数 a, b 满足 $2a + b = 1$, 则 ()A. ab 的最大值为 $\frac{1}{8}$ B. $4a^2 + b^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值为 4D. $ab + \frac{1}{ab}$ 的最小值为 2

【例4】 难度 ★★★

(2009 复旦大学自主招生选拔测试真题) 实数 $a, b, c \neq 0, \frac{bc}{a}, \frac{ca}{b}, \frac{ab}{c}$ 成等差数列, 下列不等式一定成立的是 ()A. $|b| \leq |ac|$ B. $b^2 \geq |ac|$ C. $a^2 \leq b^2 \leq c^2$ D. $|b| \leq \frac{|a| + |c|}{2}$

多元均值不等式

【例 5】 难度 ★★★

(2013 湖南卷高考真题理科第 10 题) 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a + 2b + 3c = 6$, 则 $a^2 + 4b^2 + 9c^2$ 的最小值为 _____

【例 6】 难度 ★★★

设 $x > y > z$, $n \in \mathbf{N}$, 且 $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} \geq \frac{n}{x-z}$ 恒成立, 则 n 的最大值是 _____

【例 7】 难度 ★★☆☆

已知正实数 a, b 满足 $a + 2b = 2$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{9}{2}$ B. 9 C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$