

3.1.4 空间向量综合与创新思维



3.1.4.1 立体几何多选题与应试思维综合运用

难度 ★★★

【例1】

(多选)给出下列命题,其中正确的是 ()

- A. 若 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是空间的一个基底, 则 $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}\}$ 也是空间的一个基底
- B. 在空间直角坐标系中, 点 $P(-1, 4, 3)$ 关于坐标平面 yOz 对称点的坐标是 $(1, 4, 3)$
- C. 点 P 为平面 ABC 上一点, 且 $\vec{OP} = \frac{7}{6}\vec{OA} + x\vec{OB} + y\vec{OC} (x, y \in \mathbb{R})$, 则 $x + y = -\frac{1}{6}$
- D. 非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} \geq 0$, 则 $\vec{a}, \vec{b}$ 为锐角

【例2】

(多选)关于空间向量, 以下说法正确的是 ()

- A. 若空间向量 $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, -1)$, 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- B. 已知 $\vec{AB} = (1, 2, -2)$, $\vec{AC} = (-\frac{1}{2}, 0, 1)$, 则点 B 到直线 AC 的距离为 $\sqrt{2}$
- C. 若对空间中任意一点 O 有 $\vec{OP} = \frac{2}{3}\vec{OA} - \frac{1}{6}\vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OC}$, 则 P, A, B, C 四点共面
- D. 若直线 l 的方向向量为 $\vec{m} = (3, -1, 1)$, 平面 α 的一个法向量为 $\vec{n} = (-1, -2, 1)$, 则 $l \parallel \alpha$

【例3】

(多选)已知空间四点 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 1, 2)$, $B(2, 0, -1)$, $C(3, 2, 1)$, 则下列说法正确的是 ()

A. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

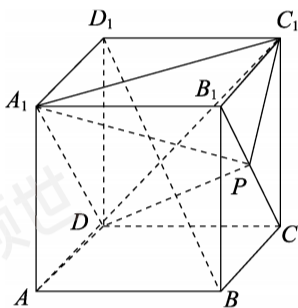
B. $\cos \langle \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB} \rangle = -\frac{2}{5}$

C. 点 O 到直线 BC 的距离为 $\sqrt{5}$

D. O, A, B, C 四点共面

【例4】

(多选)如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在线段 B_1C 上运动, 则下列结论正确的是 ()



A. 三棱锥 A_1-PC_1D 的体积为定值

B. 异面直线 AP 与 A_1D 所成角的取值范围是 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$

C. 平面 ADP 与平面 $ABCD$ 所成夹角的余弦值取值范围是 $[\frac{1}{2}, 1]$

D. 直线 C_1P 与平面 A_1C_1D 所成角的正弦值的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

【例5】

(多选)材料：在空间直角坐标系中，经过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且法向量 $\vec{m} = (a, b, c)$ 的平面的方程为 $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$ ，经过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且方向向量 $\vec{n} = (A, B, C)$ 的直线方程为 $\frac{x - x_0}{A} = \frac{y - y_0}{B} = \frac{z - z_0}{C} (ABC \neq 0)$ 。

阅读上面材料，并解决下列问题：平面 α 的方程为 $x - 2y + z + 4 = 0$ ，平面 β 的方程为

$2x - y - 4z + 2 = 0$ ，直线 l 的方程为 $\frac{x}{3} = y - 2 = z$ ，直线 m 的方程为 $\frac{x - 1}{3} = \frac{y}{2} = z - 1$ ，则 ()

A. 平面 α 与 β 垂直

B. 平面 α 与 l 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{66}}{33}$

C. 直线 m 与平面 β 平行

D. 直线 m 与 l 是异面直线