

L7-基础篇第 1 讲-有理数概念（一）

例 1：判断下列表述是否正确：

- ①不是正数的数一定是负数；
- ②已知 x 是一个有理数，则 $-x$ 一定是一个负数。

例 2：判断下列表述是否是具有相反意义的量：

- ①升高与降低；
- ②收入 5 元与亏损 5 元；
- ③节约 1kg 粮食与浪费 1 吨水。

例 3：判断下列表述是否正确：

- ①小数都是有理数；
- ②3.14 不是有理数。

例 4：将下列各数填入对应的横线中：5%， $\frac{4}{5}$ ， -13.1 ，0， $0.\dot{1}\dot{2}$ 。

- ①正数：_____；
- ②有理数：_____；
- ③非正数：_____；

L7-基础篇第 2 讲-有理数概念（二）

例 1：画一根数轴，并在数轴上指出表示 -4 和 2.25 的点。

例 2：已知点 P 在数轴上表示的数是 7 ，点 Q 到点 P 的距离为 4 ，点 Q 向右平移 2 个单位长度后得到点 R ，问点 R 在数轴上表示的数是多少？

例 3：某人将一张画在纸条上的数轴沿着某个点折叠，折叠后发现数轴上表示 3 和 7 的两个点重合，请问：

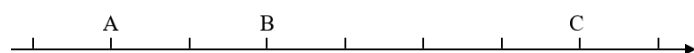
- (1) 折叠点对应的数是多少？
- (2) 折叠后表示 -3 的点与表示哪个数的点重合？

例 4：如果一个数的相反数是 5 ，这个数是多少？

例 5：化简：

- (1) $-(+4.5)$
- (2) $-[-(3)]$
- (3) $-{-[-(3)]}$

例 6：如图，数轴的单位长度为 1 ，如果 B 和 C 对应的点互为相反数，点 A 表示的数是多少？



L7-基础篇第 3 讲-绝对值

例 1: 求值:

(1) $-|-3.7|$;

(2) $|-(-(-(-(-(-(-(-3))))))))|$ 。

例 2: 已知 $|a| = 5$, 求 a 的值。

例 3: 已知 $|a - 5| = 2$, 求 a 的值。

例 4: 已知 $|x| = |x + 6|$, 求 x 的值。

例 5: 已知 $|a - 2| + |4 - b| = 0$, 求 $a + 2b$ 的值。

例 6: 比较大小:

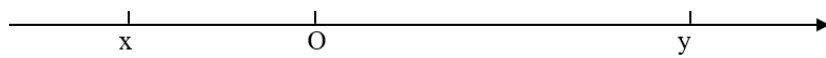
(1) -3 与 7 ;

(2) -7 与 3 ;

(3) $-\frac{5}{13}$ 与 $-\frac{5}{17}$;

(4) $-\frac{1}{3}$ 与 -0.3333

例 7: 如图, 下列判断正确的是 ()



A: $x > y$

B: $|x| > |y|$

C: $x < -y$

D: $-x < y$

例 8: 已知 $|x| = x$, $|y| = -y$, 且 $|x| > |y| > 0$, 请将 x 、 $-x$ 、 y 、 $-y$ 从小到大排序。

L7-基础篇第 4 讲-有理数加法

例 1：计算：

(1) $(-5) + (-8)$;

(2) $(-5.3) + 4.9$;

(3) $(-\frac{1}{3}) + \frac{1}{3}$ 。

例 2：如果两个数的和为负数，下列说法正确的是（ ）

A：两个数都为负数

B：至少有一个正数

C：至少有一个负数

D：这两个数都不是 0

例 3：已知 $|x| = 3$ ， $|y| = 7$ ，且 $x < y$ ，求 $x + y$ 。

例 4：下列等式中错误的是（ ）

A: $(-5) + (-45) = -(5 + 40)$

B: $(-5) + 9 = 5 + (-9)$

C: $(-5) + (-45) = (-45) + (-5)$

D: $(-5) + (-45) + 35 = 35 + (-(45 + 5))$

例 5: 计算

(1) $23 + (-5) + 17 + (-45)$

(2) $91 + 91 + 91.5 + 89 + 91.2 + 91.3 + 88.7 + 88.8 + 91.8 + 91.1$

(3) $5\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{8}) + 1\frac{1}{4} + (-\frac{7}{8}) + 2\frac{1}{2}$

例 6: 已知 $|x| = -x$, 求 $x + 1001 + |x| + (-1002)$ 的值。

L7-基础篇第 5 讲-有理数减法

例 1：计算：

(1) $(-5) - (-9)$

(2) $0 - 3.5$

(3) $(-3\frac{1}{2}) - 5\frac{1}{4}$

例 2：已知 $3 + \triangle$ 的运算结果是 -5 ，求 $\triangle$ 代表的数。

例 3：5 比哪个数大 12？

例 4：计算

(1) $3 - 7$

(2) $(-2) - 4$

例 5：下列说法正确的是（ ）

A：正数减正数，差为正数

B：负数减负数，差为负数

C：正数减负数，差为正数

D：负数减正数，差为正数

例 6：判断下列说法是否正确：

- (1) 两个有理数作差，差一定小于被减数；
- (2) 两个有理数作差，如果差为正数，则被减数一定大于减数。

例 7：已知数 a 、 b 在数轴上对应的点分别为 A 和 B ，已知 $a = 2$ ， $|b - 4| = 5$ ，求线段 AB 的长。

例 8：计算： $(-30) + (+13) - (-10) - (+8)$

L7-基础篇第 6 讲-有理数乘法（一）

例 1：计算：

(1) $(-5) \times 8$

(2) $5 \times (-0.4)$

(3) $(-3) \times (-2.1)$

例 2：实验室测得，某物体的温度在某天下午 3:00 到 4:00 点之间，每 5 分钟下降 2°C ，已知下午 3:00 时该物体为 78°C ，问下午 3:40 时，相比下午 3:00，该物体的温度的变化量是多少？此时物体温度是多少？

例 3：已知 $|a - 2| + (4 - b)^2 = 0$ ，求 $a + 2b$ 的值。

例 4：在下列条件下，判断有理数 a 和 b 的符号：

(1) $ab > 0$, $a + b > 0$;

(2) $ab > 0$, $a + b < 0$;

(3) $ab < 0$, $a > b$ 。

例 5：求下列数的倒数：

(1) $-\frac{3}{4}$;

(2) $-5\frac{3}{4}$ 。

例 6：某数的倒数等于它本身，这个数是多少？

L7-基础篇第7讲-有理数乘法（二）

例 1：计算

(1) $10 \times 9 \times 8 \times \dots \times 2 \times 1 \times 0 \times (-1) \times (-2) \times \dots \times (-8) \times (-9) \times (-10)$

(2) $(-7) \times 6 \times (-\frac{3}{7}) \times \frac{1}{3}$

例 2：等式 $4 \times 5 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 4 \times 5$ 中，使用了哪些运算律？

例 3：计算：

(1) $(-\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) \times 60$;

(2) $(-\frac{3}{4}) \times \frac{5}{8} + (-\frac{3}{4}) \times \frac{9}{8} - 0.75 \times \frac{1}{4}$;

(3) $21\frac{4}{5} \times 25 \times (-\frac{1}{5}) \times 0.4$ 。

例 4：设 $(-34) \times 2023 = a$ ，请用 a 表示 $(-34) \times 2025$ 。

L7-基础篇第 8 讲-有理数除法

例 1：计算：

(1) $(-72) \div 8$;

(2) $(-\frac{5}{18}) \div (-\frac{25}{9})$;

例 2：计算或化简：

(1) $0 \div (-7.9)$;

(2) $\frac{-36}{8}$ 。

例 3：计算：

(1) $-(25\frac{25}{36}) \div 25$;

(2) $-2.5 \div \frac{5}{16} \times \frac{1}{8}$;

例 4：下列说法正确的是（ ）

A：1 除以任何数得到的商都是这个数的倒数

B：0 除以任何数得 0

C：任何非零有理数除以它的相反数都得-1

D：两数相除，如果除数大于 1，商一定小于被除数

例 5: 计算

(1) $(-8) \times (-4) - 60 \div (-4)$;

(2) $-6 \times \frac{1}{6} \div 6 \times (-\frac{1}{6})$;

(3) $(1\frac{3}{4} - \frac{7}{8} - \frac{7}{12}) \div (-\frac{7}{8}) + (-\frac{7}{8}) \div (1\frac{3}{4} - \frac{7}{8} - \frac{7}{12})$ 。

L7-基础篇第 9 讲-有理数的乘方（一）

例 1：计算：

(1) $(-3)^2$

(2) $(-2)^3$

(3) $(-\frac{2}{3})^4$

例 2：计算：

(1) $-(-\frac{1}{3})^3$

(2) 0^{100}

(3) $1^{2023} \times (-1)^{2024}$

例 3：已知 $1.5^5 = 7.59375$ ，求 15^5 。

例 4：分别计算 $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{10}$ 。

例 5: 计算:

(1) $(-1)^7 + 4 \times 12 \div (-2)^4$;

(2) $(-\frac{1}{3})^2 \times 27 + [(-4) \div 2^3 - 3\frac{1}{2}]$ 。

例 6: 已知 a 和 b 互为相反数, c 和 d 互为倒数, 求 $(a+b)^{2022}+(cd)^{2023}$ 。

例 7: 计算或化简:

(1) $4^5 \times 0.25^5$;

(2) $\frac{-1001^5+1000 \times 1001^4}{1002 \times 1001^4-1001^5}$ 。

L7-基础篇第 10 讲-有理数的乘方（二）

例 1：定义新运算： $a\Delta b = a^3 + b^5 - 3ab + a + b - 8$ ，求

- (1) $1\Delta(-1)$;
- (2) $-1\Delta(2\Delta 0)$ 。

例 2：用科学计数法表示下列各数：

- (1) 4 000 000;
- (2) 234 000;
- (3) -123 000 000;
- (4) 23.25 亿。

例 3：还原用科学计数法表示的数： $-3.2 \times 10^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

例 4：数字 $230\cdots 0$ （“ $\cdots$ ”代表若干个 0）用科学计数法表示为 2.3×10^8 ，则原数中的“ $\cdots$ ”代表几个 0？

例 5：下列哪些数据是准确数？哪些是近似数？

- (1) 某同学身高 1.5 米；
- (2) 半径为 1 厘米的圆的面积约为 3.14 平方厘米；
- (3) 语文书有 161 页；
- (4) 七（3）班有 52 个同学。

例 6：把 0.1497 按四舍五入精确到千分位得到的近似数是多少？

例 7：若 3.43 是由某数 x 四舍五入得到的，这个数的范围是多少？

例 8：350 个乘客要坐大巴出游，每辆大巴最多坐 43 个乘客，需要多少辆大巴？

L7-基础篇第 11 讲-整式

例 1：下列表达式书写规范的是（ ）

A: $1\frac{2}{3}x$ B: $x \div 3$ C: xy D: $-5 \times xy$

例 2：用含字母的式子表示如下问题：

- (1) 苹果 3 元/斤，梨 4 元/斤，请表示买 x 斤苹果和 y 斤梨的总价；
- (2) 小圆的半径是 x ，大圆半径是小圆的两倍，某直角三角形两条直角边长分别是 a 和 b ，请表示大圆和直角三角形的面积差；
- (3) 小明 10 月每天都比前一天多做 2 道数学题，第一天做了 7 道题，请表示第 n 天做的题数；
- (4) x 与 y 的平方差；
- (5) x 与 y 的差的平方；
- (6) x 的 3 倍与 y 的相反数的和。

例 3：下列式子中，是单项式的是（ ）

A: $\frac{2}{x}$ B: $7 - x$ C: $1234abcdefg$ D: $\frac{x+1}{2}$

例 4：求下列单项式的系数和次数：

- (1) 100;
- (2) a ;
- (3) $-3a^2b$;
- (4) $\frac{x}{\pi}$ 。

例 5：已知关于 x 、 y 的单项式 $3xy^t$ 的次数为 5，求 t 的值。

例 6：已知 $(\Delta - 1)x^3y^{\Delta+2} + 2x^2y - 5$ 是关于 x 、 y 的多项式，式中的 Δ 是一个被涂抹掉的正整数（两个 Δ 对应同一个整数）。

- (1) 如果这是一个 8 次多项式， Δ 对应的正整数的多少？
- (2) 如果这是一个 3 次多项式， Δ 对应的正整数的多少？

例 7：若多项式 $x^3 + 2x^2y - 5$ 的值为 7，求 $x^3 + 2x^2y + 12$ 的值。

例 8：若关于 x 、 y 的多项式 $ay^2 + (b - 1)x^2 + 2$ 的值与 x 、 y 无关，求 $3a + 2b$ 的值。

L7 - 基础篇第 12 讲 - 整式的加减

引例：当 $x = 3$ ， $y = 2$ 时，求 $6 + 3x^2y + 2x^2y + 10x^2y - x^2y - 5x^2y - 8x^2y + 3x$ 的值。

例 1：若 $\frac{1}{4}x^a y$ 与 $-2x^5 y^{b-3}$ 是同类项，求 $a + 2b$ 的值。

例 2：合并同类项，并按要求排序：

(1) $8a^2 + 3b^2 + 2ab - 4a^2 - b^2$ (按 a 的降幂排序)；

(2) $-3x^2y + 5xy + 2x^2y - 2x^3y^2 - 3xy + 3x^3y^2$ (按 x 的升幂排序)。

例 3：已知多项式 $6x^3 - 4x^2 + 3x - ax^3 - x^2 + 2x^2 + bx + 4$ 合并同类项后不含 x^3 和 x 项，求 $a + b$ 的值。

例 4：去括号：

(1) $-(a + b - c - d)$ ；

(2) $3x^2 - 2(x + 2x^2)$ ；

(3) $3(y^2 - 2y) - [y^2 - 2(y^2 - y)]$ 。

例 5：已知 $x - y = 10$ ， $u + v = -3$ ，求 $(y - u) - (x + v)$ 的值。

例 6: 化简:

(1) $(4x^2 - 3xy + y^2) + (-2x^2 + 5xy)$;

(2) $(\frac{1}{3}xy - 4x^2 + 5) - \frac{1}{2}(\frac{4}{3}xy + 2x^2 - 9)$ 。

例 7: 先化简, 再求值: $8xy - 4(x^2 - xy) + 3(x^2 + 2xy)$, 其中 $x = -1$, $y = 2$ 。

例 8: 某等式被涂抹后, 变成如下的样子: $\Delta - 5x^4 - 6x + 7 = -5x^4 - 3x + 2$, 其中 Δ 代表了被涂抹掉的一个多项式, 求这个多项式。

例 9: 设 $A = 2 + x^2 + 2y^2$, $B = 2y^2 - x^2 + 2$, 判断 A 与 B 的大小关系。

例 10: 已知 $a - b = 3$, $a - c = 2$, 求 $(b - c)^2 + 7(b - c)$ 的值。

L7 - 基础篇第 13 讲 - 从算式到方程

引例：胡老师有若干元钱，买早饭花了 3 元，然后给了女儿剩下的钱的一半，再花 3 元买了一瓶水，还剩 5 元。请问胡老师原来有多少钱？

例 1：下列各式是方程的是（ ）。

A: $3 + 8 = 11$; B: $3x + 1 > 5$; C: $5x + y^2 = 12$; D: $4x + 9$ 。

例 2：-1 是不是方程 $-2023x^{2023} - 2022x^{2022} - 1 = 0$ 的一个解？

例 3：已知 $x = -2$ 是关于 x 的方程 $x^2 + x^3 - 2 = x + a$ 的解，求 a 的值。

例 4：已知方程 $3x^{a-1} + (b-1)y - \frac{c}{x} + 7 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程，其中 a, b, c 为常数，求 $a + b + c$ 的值。

例 5：判断下列结论是否正确：

- (1) 若 $a = b$ ，则 $a + 2c = b + 2c$;
- (2) 若 $a = b$ ，则 $2ac = 2bc$;
- (3) 若 $a = b$ ，则 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$;
- (4) 若 $ac = bc$ ，则 $a = b$;
- (5) 若 $a(c^2 + 1) = b(c^2 + 1)$ ，则 $a = b$ 。

例 6: 利用等式性质解方程:

- (1) $\frac{x-1}{2} = \frac{x}{3}$;
- (2) $3x = 7$ 。

例 7: 已知 $3x + 5y = 4$, 请用 y 表示 x 。

例 8: 已知 $5x^2 - 3 = 10x + 5$, 求 $2x - x^2$ 的值。

例 9: 判断下列结论是否正确:

- (1) 方程 $x - 1 = 0$ 的解都是方程 $x(x - 1) = 0$ 的解吗?
- (2) 方程 $x(x - 1) = 0$ 的解都是方程 $x - 1 = 0$ 的解吗?

L7 - 基础篇第 14 讲 - 解一元一次方程

例 1: 解方程:

(1) $x + 2x + 3x = 60$;

(2) $x + 20 = 3x - 10$ 。

例 2: 解方程:

(1) $3x - (x + 15) = 2x + 3(x - 1)$;

(2) $5x - 4(x - 2) = 10 - 7(x - 1)$ 。

例 3: 解方程:

(1) $\frac{2x+3}{2} - \frac{x-5}{6} = 1$;

(2) $x - \frac{x-1}{2} = 2 - \frac{x+2}{3}$ 。

例 4: 某人在解关于 x 的方程 $\frac{8x-a}{4} = \frac{3x-1}{8} - 3$ 时, 第一步在方程两边同乘 8, 但是方程右边的 -3 忘记乘 8, 解出错误解 $x = 2$ 。请求出原方程正确的解。

例 5: 我们可以这样解如下方程: $3x - 1 + 5(1 - 3x) = -2(3x - 1) + 7$ 。令 $y = 3x - 1$, 则有 $y - 5y = -2y + 7$, 解得 $y = -\frac{7}{2}$, 即 $3x - 1 = -\frac{7}{2}$, 进一步解得 $x = -\frac{5}{6}$ 。请利用上述的方法解方程: $8(4x - 7) - 2(7 - 4x) = 3(4x - 7)$ 。

例 6: 有两个关于 x 的方程: $2x + m = x + 4$ 和 $-2m = x - 1$, 若前者的解比后者的解大 $4m$, 求 m 的值。

例 7: 解关于 x 的方程:

- (1) $ax = 2$;
- (2) $3 - ax = 2x + 5$;

L7 - 基础篇第 15 讲 - 列方程解应用题（一）

例 1：38 个游客坐船，共坐了 8 只船，大船每只坐 6 人，小船每只坐 4 人，刚好坐满。问大、小船各几只？

例 2：已知某次考试中，甲、乙的分数之和为 180，甲、丙的分数之和为 185，乙、丙的分数之和为 175。求三人分别考了多少分。

例 3：甲、乙、丙、丁四位同学一学期共得到 450 个学习徽章，如果甲增加 20 个，乙减少 20 个，丙增加到原来的 2 倍，丁减少到原来的 $\frac{1}{2}$ ，四人的徽章就一样多了，问原来每人有多少个徽章？

例 4：有 90 立方米的木料制作桌子和椅子，已知 1 张桌子配 4 张椅子，1 立方米木料可做 5 张椅子或 1 张桌子，要使桌子和椅子刚好配套，应用多少立方米的木料做桌子？

例 5：甲、乙从同一起点同向而行，甲每小时走 3 千米，乙每小时走 2 千米，乙先出发 3 小时后，甲再出发追赶乙，甲要多久可以追上乙？

例 6：小明要把一些桃子分给一些猴子，如果每只小猴分 8 个桃，会剩 13 个桃；如果每只小猴分 10 个桃，会剩 3 个桃。那么有多少只小猴？有多少个桃？

例 7：一艘轮船从甲港到乙港顺水航行需 6 小时，从乙港到甲港逆水航行需 8 小时，若在静水条件下，从甲港到乙港需多少小时？

L7 - 基础篇第 16 讲 - 列方程解应用题（二）

例 1：某班有 40 个男生和 38 个女生，男生喜欢数学的人数比女生喜欢数学的人数多 12 人，女生不喜欢数学的人数是男生不喜欢数学的人数的 2 倍，问男生有多少人喜欢数学？

例 2：有一个工程，甲单独做，10 天做完，乙单独做，15 天做完。如果两人一起做，甲在中间休息了 5 天，从开始到做完，需要多少天时间？

例 3：某商家卖出两件衣服，其中第一件以 100 元卖出，盈利 25%，第二件以 120 元卖出，亏损 25%，问商家整体是盈利还是亏损，总盈利或亏损多少元？

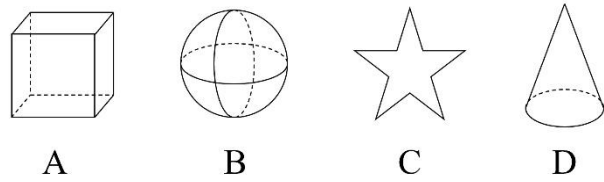
例 4：某象棋比赛有 8 人参加，双循环赛制（任意两人之间比赛两场），每场比赛胜者得 3 分，平局各得 1 分，负者不得分。已知甲负 4 场，乙平 8 场，甲的胜场比乙的胜场的 2 倍少 2 场，甲比乙多得 2 分，求甲、乙的胜场数。
答案：甲胜 6 场，乙胜 4 场。

例 5：小明家的水费按如下标准阶梯收取：每月用水不超过 10 立方米的部分，按 2 元每立方米收费；超过 10 立方米且不超过 20 立方米的部分，按 3 元每立方米收费；超过 20 立方米的部分按 4 元每立方米收费。

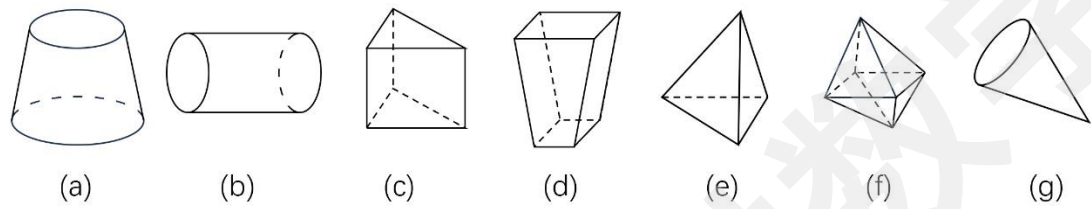
- （1）每月用水 x 立方米，应收水费多少？
- （2）用水 22 立方米，应收水费多少？
- （3）如果水费是 66 元，对应的用水量是多少？

L7 - 基础篇第 17 讲 - 几何图形

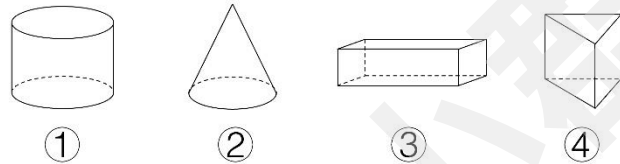
例 1：下列几何图形中，是平面图形的是（ ）



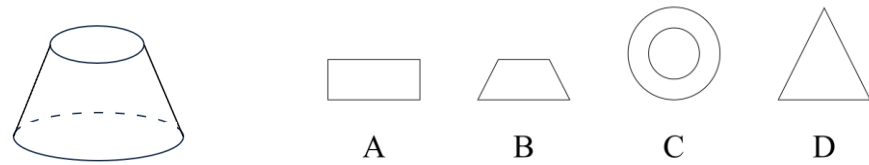
例 2：下图中，柱体有____个，其中____是圆柱，____是棱柱。椎体有____个，其中____是圆锥，____是棱锥。



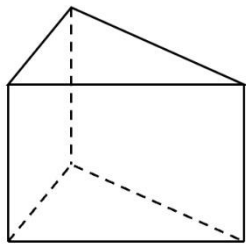
例 3：对下列四个图形，你可以想到哪些分类方法？



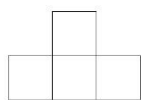
例 4：如图，从正面看左下角的几何体，得到的图形是（ ）。



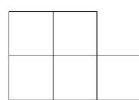
例 5：请作出下列图形的主视图（从正面看）、俯视图（从上面看）和左视图（从左面看）。



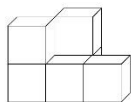
例 6：用若干个边长为 1 的小正方体搭一个几何体，若搭成的几何体从正面和从上面看到的形状如图，则这个几何体可能是：（ ）



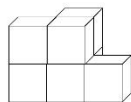
从正面看



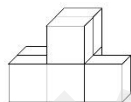
从上面看



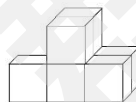
A



B



C



D

例 7：用若干个边长为 1 的小正方体搭一个几何体，若搭成的几何体从正面和从上面看到的形状如图，问这个几何体最多有几个小正方体组成？



从正面看



从上面看

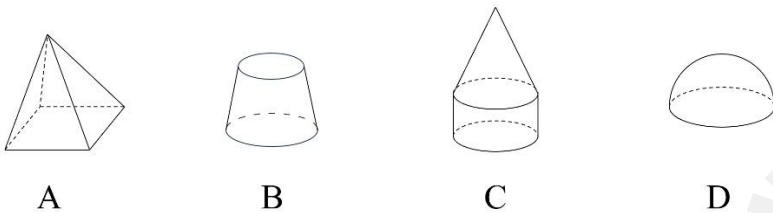
L7 - 基础篇第 18 讲 - 点、线、面、体

例 1：生活中以下现象：

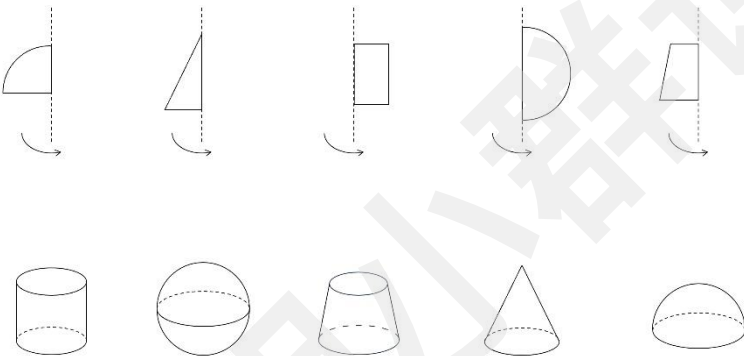
- ①流星划过天际；
- ②硬币立在桌面上旋转；
- ③时针在钟面上旋转；
- ④雨刮器刮车窗；
- ⑤旋转门旋转打开；
- ⑥一滴雨落下。

其中“点动成线”的有_____；“线动成面”的有_____；“面动成体”的有_____。

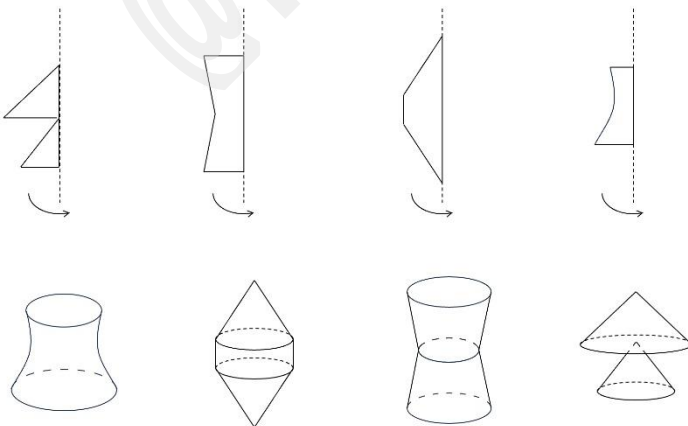
例 2：下列立体图形中，不能由一个平面图形旋转得到的是（ ）



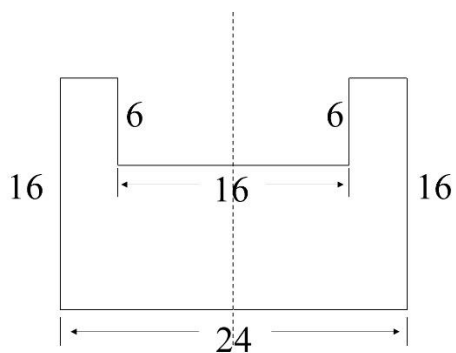
例 3：如图，上面的图形绕轴旋转一周，可以得到下面的立体图形，请把有对应关系的平面图形与立体图形连接起来。



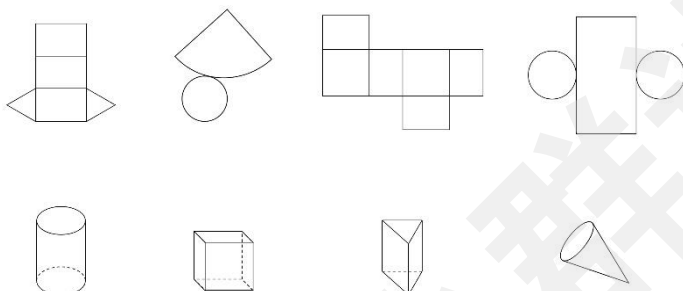
例 4：如图，上面的图形绕轴旋转一周，可以得到下面的立体图形，请把有对应关系的平面图形与立体图形连接起来。



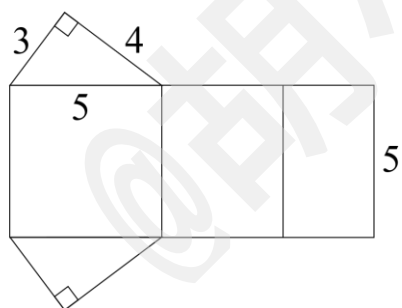
例 5：将下图中的图形绕虚线旋转一周，得到的几何体的体积是多少？



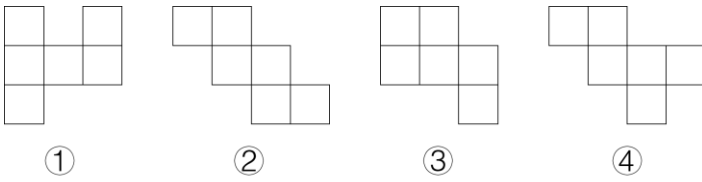
例 6：上面的图形分别是下面哪个立体图形展开的形状？把它们用线连起来。



例 7：如图，是一个棱柱的平面展开图，求这个棱柱的表面积。



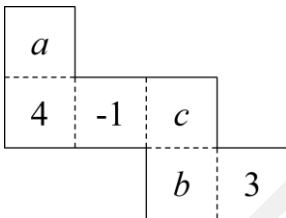
例 8：下图中，哪些是正方体的展开图？



例 9：将下面正方体的展开图还原，折叠成一个正方体后，与“绝”字相对的面上的字是哪个？



例 10：如图所示，要使图中平面展开图按虚线折叠成正方体后，相对面上两个数之和相等，求 $a + b + c$ 的值。



L7 - 基础篇第 19 讲 - 直线、射线、线段

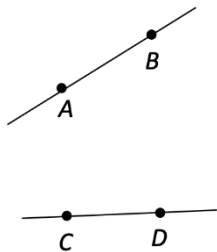
例 1: 判断下列说法是否正确:

- (1) 直线 AB 与直线 BA 是同一条直线;
- (2) 线段 AB 与线段 BA 是同一条线段;
- (3) 射线 AB 与射线 BA 是同一条射线;
- (4) 一根拉紧的线是一条直线;
- (5) 若点 P 在线段 AB 的延长线上, 则点 P 在线段 BA 的反向延长线上。

例 2: 判断下列作图语句是否正确:

- (1) 延长射线 AB 到 C , 使 $BC = 2AB$;
- (2) 取直线 AB 的中点;
- (3) 在线段 AB 的延长线上作点 P , 使 $AB = BP$ 。

例 3: 如图, 下列说法正确的是 ()

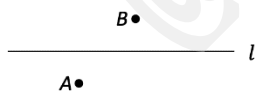


- A: 线段 AB 与线段 CD 相交
- B: 直线 AB 与线段 CD 相交
- C: 射线 AB 与射线 CD 相交
- D: 射线 BA 与射线 DC 相交

例 4: (1) 两条直线相交, 交点个数可能是几个?

(2) 三条直线两两相交, 交点个数可能是几个?

例 5: 如图, 请在直线 l 上找一点 P , 使线段 AP 与线段 BP 的长度之和最小。



例 6: 同一平面上 4 条直线, 最多有几个交点?

*例 7：同一平面上 4 条直线，最多将平面分成几个部分？

例 8：下列属于尺规作图的是（ ）

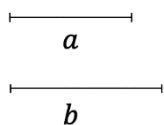
A：画线段 $AB = 5$ 厘米

B：测量线段 AB 的长，画线段 CD ，使 $AB = CD$

C： A, B, C 是直线 l 上的点，在线段 BC 延长线上，作点 D ，使 $CD = AB$

D：以点 O 为圆心，3 为半径作一个圆

例 9：如图，已知线段 a, b ，用尺规作图，作出一条线段，使所作线段的长度为 $a + 2b$ 。



例 10：能确保点 C 是线段 AB 中点的是（ ）

A： $AC = BC$

B：在线段 AB 延长线上取一点 C ，使 $AB = BC$

C：在线段 BC 延长线上取一点 A ，使 $AB = 2BC$

D：在线段 CB 延长线上取一点 A ，使 $AB = 2BC$

例 11：已知点 C 是线段 AB 的一个三等分点，点 D 是 AB 的中点，若 $AB = 24$ ，求 CD 的长。

例 12：如图， $AB = 8$ ， CD 是一条长为 2 的线段， E, F 分别为 AC, BD 的中点，求线段 EF 的长。



L7 - 基础篇第 20 讲 - 角的概念与运算

例 1: 下列说法正确的是 ()

A: 角是由两条射线组成的图形

B: 角的大小与所画角的两边的长短无关, 只与两条边张开的角度有关

C: 角的两边是射线, 射线是无限延伸的, 所以角是不可以度量的

D: 把一个角用放大镜来观看, 角的度数也会相应地扩大

例 2: 两个锐角的和不可能是 ()

A: 锐角

B: 直角

C: 钝角

D: 平角

例 3: 下列说法中正确的是 ()

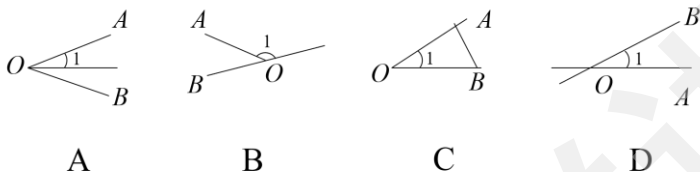
A: 大于直角的角都是钝角

B: 小于平角的角都是锐角

C: 平角是最大的角

D: 钝角总比锐角大

例 4: 下列选项中, 能用 $\angle AOB$, $\angle O$, $\angle 1$ 表示同一个角的是 ()



例 5: 如图, 用同一个三角板比较 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的大小, 下列说法正确的是 ()



A: $\angle 1 < \angle 2$

B: $\angle 1 = \angle 2$

C: $\angle 1 > \angle 2$

D: 不能确定

例 6: 已知 $\angle 1 = 15.23^\circ$, $\angle 2 = 15^\circ 23'$, 比较这两个角的大小。

例 7: 计算:

(1) $25^\circ 16' 37'' + 48^\circ 45' 28''$;

(2) $180^\circ - 45^\circ 18'$;

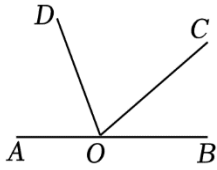
(3) $35^\circ 35' \times 5$;

(4) $360^\circ \div 7$ (精确到分)。

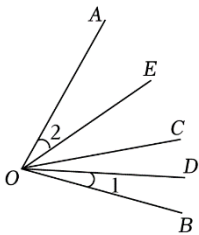
例 8: 4 时 5 分时, 钟表的时针和分针的夹角是多少?

L7 - 基础篇第 21 讲 -角平分线、余角和补角

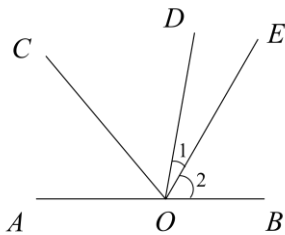
例 1: 如图, 点 O 在直线 AB 上, OD 是 $\angle AOC$ 的角平分线, $\angle COB = 42^\circ$, 求 $\angle DOC$ 的大小。



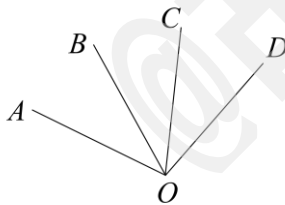
例 2: 如图, OE 平分 $\angle AOC$, OD 平分 $\angle BOC$, $\angle AOB = 80^\circ$, $\angle 1 = 15^\circ$, 求 $\angle 2$ 。



例 3: 如图, 已知 O 为直线 AB 上一点, 过点 O 向直线 AB 上方引三条射线 OC, OD, OE , 且 OC 平分 $\angle AOD$, $\angle 2 = 3\angle 1$, $\angle COE = 70^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数。

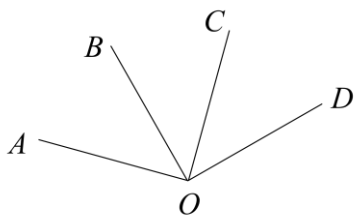


例 4: 如图, 回答下列问题:

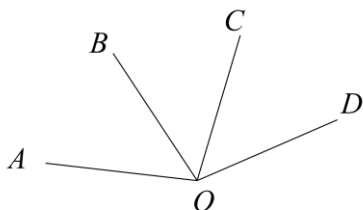


- (1) 若 $\angle AOB = \angle COD$, 判断 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 是否相等, 并说明理由;
- (2) 若 OB 平分 $\angle AOC$, OC 平分 $\angle BOD$, 判断 $\angle AOB$ 与 $\angle COD$ 是否相等, 并说明理由。

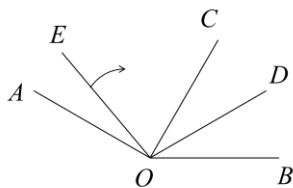
例 5: 如图, $\angle AOC = \angle BOD = 90^\circ$, 且 $\angle AOD = 3\angle BOC$, 求 $\angle AOB$ 的度数。



例 6: 如图, $\angle AOC = \angle BOD = 100^\circ$, 当 $\angle BOC$ 变小时, $\angle AOD$ 会如何变化?

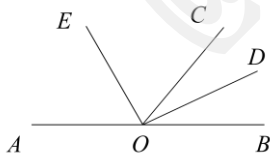


例 7: 如图, $\angle AOB = 150^\circ$, $\angle AOC = 90^\circ$, OD 平分 $\angle BOC$, 射线 OE 从 OA 出发, 绕点 O 以每秒 5° 的速度顺时针旋转, 当 OE 转到与 OB 重合时停止旋转。问在整个旋转过程中, 当旋转时间为几秒时, $\angle COE$ 与 $\angle COD$ 的度数之比是 $2:1$?



例 8: 如果一个角的度数比它余角的度数的两倍还多 10° , 求这个角的度数。

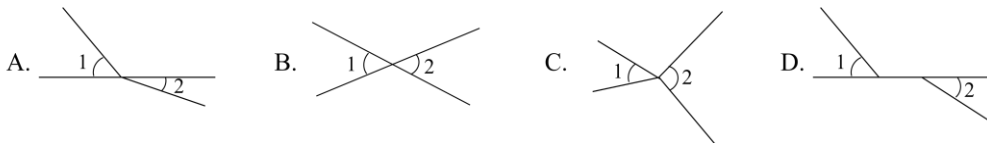
例 9: 如图, 点 O 在直线 AB 上, OD, OE 分别平分 $\angle BOC$ 和 $\angle AOC$ 。



- (1) 写出与 $\angle COE$ 互余的角;
- (2) 写出与 $\angle COE$ 互补的角。

L7 - 基础篇第 22 讲 -相交线（一）

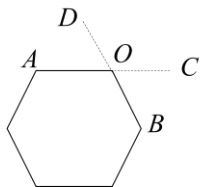
例 1: 图中是对顶角的是: ()



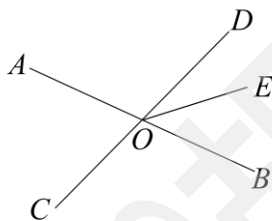
例 2: 判断下列说法是否正确:

- (1) 两个对顶角总是有公共顶点;
- (2) 有公共顶点的角是对顶角;
- (3) 若一个角的两边所在的直线与另一个角的两边所在的直线重合, 那么这两个角互为对顶角;
- (4) 相等的角是对顶角。

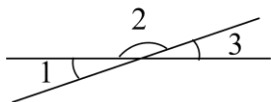
例 3: 如图, 有一个六边形的古塔, 小明要测量外墙底角 $\angle AOB$ 的度数, 分别作 AO, BO 的延长线 OC, OD , 通过量出 $\angle COD$ 的度数来得到 $\angle AOB$ 的度数。请问这个测量的依据是什么? 你是否还能否设计另一种测量方案?



例 4: 如图, 直线 AB, CD 交于点 O , $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle DOE = 28^\circ$, 求 $\angle AOE$ 的度数。

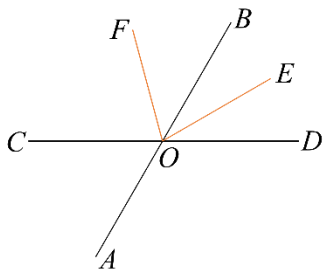


例 5: 如图, 根据条件求解:

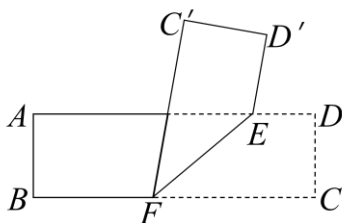


- (1) 若 $\angle 2 = 5\angle 3$, 求 $\angle 1$;
- (2) 若 $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$, 求 $\angle 2$ 。

例 6：如图，直线 AB, CD 交于点 O ， OE, OF 分别是 $\angle BOD, \angle COE$ 的平分线，若 $\angle AOD = 2\angle AOC$ ，求 $\angle EOF$ 的度数。



例 7：如图，将一个长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠，使得 C, D 两点落到 C', D' 的位置，若 $\angle AED' - \angle AEF = 60^\circ$ ，求 $\angle DEF$ 的度数。



例 8：直线 AB, CD 交于点 O ，判断下列条件是否能说明 $AB \perp CD$ ：

- (1) $\angle AOC = 90^\circ$;
- (2) $\angle COB = \angle AOD$;
- (3) $\angle BOC = \angle BOD$;
- (4) $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$;
- (5) $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$ 。

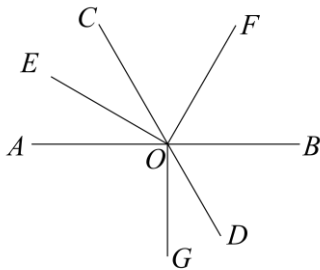
例 9：关于垂线的性质，判断下列说法是否正确：

- (1) 对任意一条直线而言，仅有一条直线与它垂直；
- (2) 过已知直线上一点，有且仅有一条直线与它垂直；
- (3) 过已知直线外任意一点，都可以作出与已知直线垂直的直线。

L7 - 基础篇第 23 讲 -相交线（二）

例 1: 直线 AB, CD 交于点 O , $OE \perp CD$, 垂足为 O , 若 $\angle AOD = 3\angle BOD$, 求 $\angle AOE$ 的度数。

例 2: 如图, 直线 AB, CD 交于点 O , OE, OF 分别是 $\angle AOC, \angle BOC$ 的平分线, $OG \perp AB$ 于点 O 。



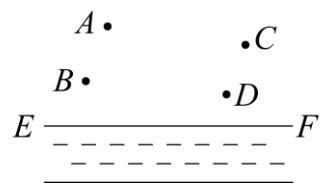
- (1) 求 $\angle EOF$ 的大小;
- (2) 设 $\angle EOG = \angle BOF + 62^\circ$, 求 $\angle DOG$ 的度数。

例 3: 直角三角形 ABC 中, AD 是斜边 BC 上的高, 下列关系中一定正确的是 ()

A: $AC < CD$ B: $AB > BD$ C: $AD < BD$ D: $AB > AC$

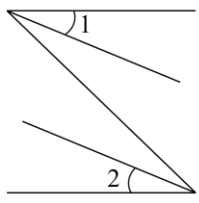
例 4: 已知 A, B 是直线 l 上两点, P 在直线 l 外, 若 $PA = 5$, $PB = 6$, 则在 4.5、5、5.5、6、6.5 这 5 个数中, 可能是点 P 到直线 l 的距离的为_____。(写出所有满足题意的数)

例 5: 如图, 平原上有 A, B, C, D 四个村庄, 为解决当地缺水问题, 政府准备投资修建一个蓄水池。

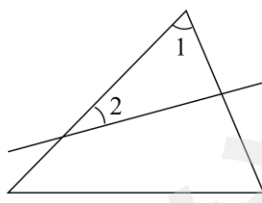


- (1) 不考虑其他因素, 请你画图确定蓄水池 H 点的位置, 使它到四个村庄距离之和最小;
- (2) 计划把河水引入蓄水池 H 中, 怎样开渠最短? 请说明理由。

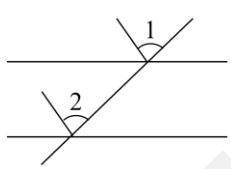
例 6: 如图, 下列说法正确的是 ()

A. 

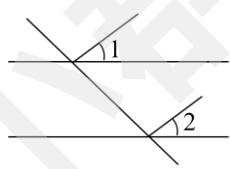
$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是内错角

B. 

$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同旁内角

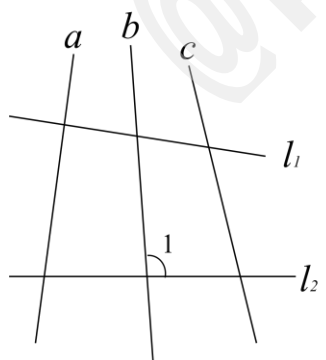
C. 

$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是内错角

D. 

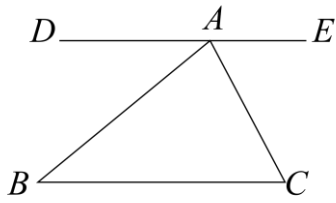
$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角

例 7: 如图, 图中与 $\angle 1$ 成同位角的角有 ()



- A: 1 个
- B: 2 个
- C: 3 个
- D: 4 个

例 8: 如图,



- (1) $\angle B$ 与哪个角是内错角?
- (2) $\angle B$ 与哪个角是同旁内角?
- (3) $\angle C$ 与哪个角是内错角?
- (4) $\angle C$ 与哪个角是同旁内角?

L7 - 基础篇第 24 讲 - 平行线及其判定

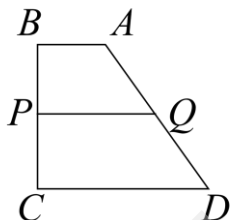
例 1: 关于平行线, 判断下列说法是否正确:

- (1) 不相交的两条直线是平行线;
- (2) 同一平面内, 如果两条不同的直线不相交, 它们一定平行;
- (3) 同一平面内, 如果两条不同的线段不相交, 那么这两条线段平行;

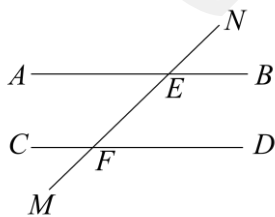
例 2: 关于平行线, 判断下列说法是否正确:

- (1) 过直线外一点, 有且仅有一条直线与已知直线平行;
- (2) 过直线上一点, 有且仅有一条直线与已知直线平行;
- (3) 已知 a, b, c, d 是平面内四条不同的直线, 如果 $a//b, b//c, c//d$, 那么 $a//d$ 。

例 3: 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB//CD$, 过线段 BC 上一点 P (与 B, C 不重合), 作 $PQ//AB$ 交 AD 于点 Q , 则 $PQ//CD$, 理由是_____。



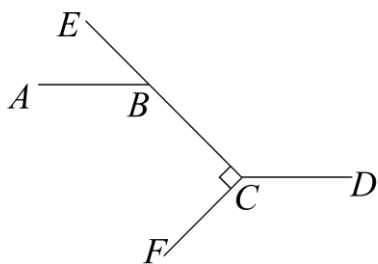
例 4: 如图, 直线 MN 分别与直线 AB, CD 交于点 E 和点 F , 下列选项中不能证明 $AB//CD$ 的是 ()



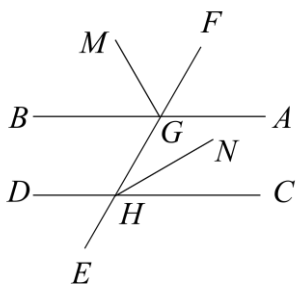
- A. $\angle NEB + \angle NFC = 180^\circ$
- C. $\angle AEM = \angle NFD$

- B. $\angle NEB = \angle NFD$
- D. $\angle NEB = \angle NFC$

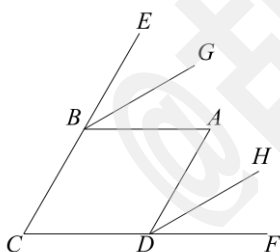
例 5: 如图, 已知 $CF \perp CE$, $\angle DCF - \angle ABE = 90^\circ$, 请说明 $AB \parallel CD$ 。



例 6: 如图, 直线 EF 分别交 AB, CD 于点 G, H , GM, HN 分别平分 $\angle BGF$ 与 $\angle CHG$, 已知 $\angle MGB + \angle CHN = 90^\circ$, 请说明 $AB \parallel CD$ 。

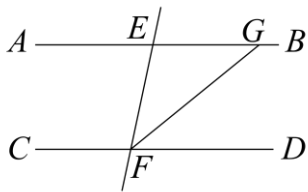


例 7: 如图, 四边形 $ABCD$ 中, 分别延长 CB, CD 至点 E, F , BG, DH 分别是 $\angle ABE, \angle ADF$ 的角平分线。已知 $\angle ABE = \angle BAD = \angle ADF$, 请说明 $BG \parallel DH$ 。

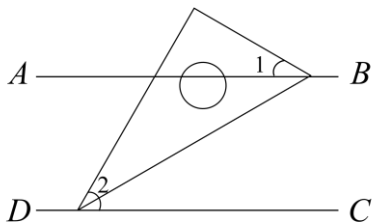


L7 - 基础篇第 25 讲 - 平行线的性质

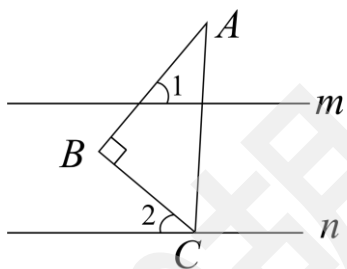
例 1: 如图, 平行线 AB, CD 被直线 EF 所截, FG 平分 $\angle EFD$, 若 $\angle EFD = 78^\circ$, 求 $\angle EGF$ 的度数。



例 2: 如图, $AB \parallel CD$, 一块含有 30° 角的直角三角板按如图所示位置摆放, 已知 $\angle 1 = 30^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数。



例 3: 如图, 直线 $m \parallel n$, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle B = 90^\circ$, 点 C 在直线 n 上。若 $\angle 1 = 50^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数。



例 4: 以下语句是否是命题?

- (1) 小明比小红高;
- (2) 如果 $a = b$, 那么 $a^2 = b^2$;
- (3) 如果 $a^2 = b^2$, 那么 $a = b$;
- (4) 哺乳动物都是胎生的吗?
- (5) 快来吃饭了;
- (6) 过点 P 作直线 a 的平行线。

例 5：以下命题是真命题还是假命题？请说明理由。

- (1) 在同一平面内，如果两条直线都垂直于同一条直线，那么这两条直线平行。
- (2) 如果一个数大于 5，那么这个数大于 6。

例 6：以下命题是真命题还是假命题？如果是假命题，请举出反例。

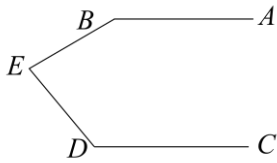
- (1) 如果 $a > b$ ，那么 $a^2 > b^2$ ；
- (2) 如果 $a^2 > b^2$ ，那么 $a > b$ ；
- (3) 如果 $a > 0$ ， $b > 0$ ，那么 $ab > 0$ ；
- (4) 如果 $ab > 0$ ，那么 $a > 0$ ， $b > 0$ 。

例 7：以下命题是真命题还是假命题？请说明理由。

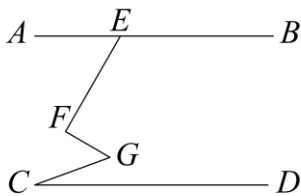
- (1) 如果一个数是偶数，那么这个数是 4 的倍数；
- (2) 如果一个数是 4 的倍数，那么这个数是偶数。

L7 - 基础篇第 26 讲 - 平行线综合

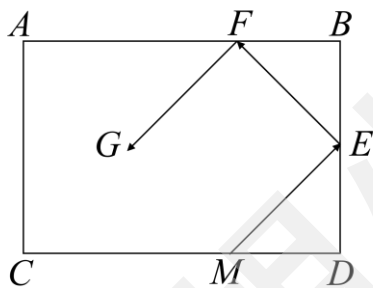
例 1: 如图, $AB \parallel CD$, $\angle B = 150^\circ$, $\angle BED = 80^\circ$, 求 $\angle D$ 的度数。



例 2: 如图, $AB \parallel CD$, E 在直线 AB 上, 且 $EF \perp FG$, $\angle AEF = 60^\circ$, $\angle C = 20^\circ$, 求 $\angle FGC$ 的度数。

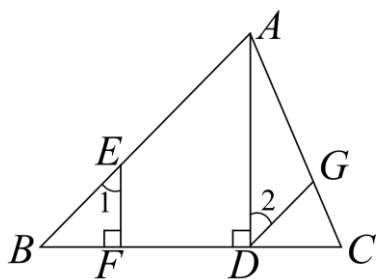


例 3: 如图是一个台球桌, 图中箭头表示了一个台球从 M 点出发经两次反弹后的行进路线。在球碰壁的反弹过程中, 我们始终有 $\angle BEF = \angle DEM$, $\angle AFG = \angle BFE$ 。



- (1) 若 $\angle DME = 45^\circ$, 试说明 $ME \parallel FG$;
- (2) 若 $\angle DME = \alpha$, α 是一个锐角, 是否还有 $ME \parallel FG$ 成立?

例 4: 如图 $AD \perp BC$, $EF \perp BC$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证: $\angle DGC = \angle BAC$ 。



L7 - 基础篇第 27 讲 - 平方根与立方根（一）

例 1：已知 $a^2 = 100$ ，且 $a > 0$ ，求 a 的值。

例 2：求下列各数的算术平方根：

(1) 4;

(2) $\frac{1}{4}$;

(3) 0.01。

*例 3：证明 $\sqrt{2}$ 不是有理数。

例 4：下列说法正确的是（ ）

A: 4 的算术平方根是 ± 2 ;

B: -4 的平方根是 ± 2 ;

C: 9 的平方根是 3;

D: 负数没有平方根。

例 5：若 $3a - 5$ 的平方根只有它本身，求 a 的值。

例 6：已知 $m - 7$ 和 $2m + 4$ 都是正数 x 的平方根，求 $x + 1$ 的算术平方根。

答案： $\sqrt{325}$ 或 $\sqrt{37}$ 。

例 7：下列运算或表述正确的是（ ）

A: $-\sqrt{49} = 7$

B: $\sqrt{-49} = -7$

C: $\sqrt{(-7)^2} = -7$

D: $\sqrt{(-7)^2} = 7$

例 8：要使 $\sqrt{x-2}$ 有意义，求 x 的取值范围。

例 9：已知 $|x-2| + \sqrt{x+y-16} = 0$ ，求 $x+y$ 的平方根。

例 10：与 $\sqrt{7}$ 最接近的整数是多少？

L7 - 基础篇第 28 讲 - 平方根与立方根（二）

例 1：求下列数的立方根：

- (1) 8;
- (2) -0.001 ;
- (3) $\frac{27}{125}$ 。

例 2：判断下列说法是否正确：

- (1) 负数没有平方根；
- (2) 负数没有立方根；
- (3) 如果一个数的平方根等于（只有）它本身，那么这个数是 0；
- (4) 如果一个数的立方根等于（只有）它本身，那么这个数是 0。

例 3：通过 8 与 -8 的立方根的关系，以及 27 与 -27 的立方根的关系，归纳总结一个一般的结论，并说明这个结论成立的理由。

例 4：已知 $\sqrt[3]{1+x} = \sqrt[3]{5y-1}$ ，求 $2x - 10y - 7$ 的值。

例 5：已知 $\sqrt[3]{1+x} = -\sqrt[3]{5x-13}$ ，求 x 的值。

例 6: 判断下列说法是否正确:

- (1) $\sqrt{a^2} = a$;
- (2) $(\sqrt{a})^2 = a$;
- (3) $\sqrt[3]{a^3} = a$;
- (4) $(\sqrt[3]{a})^3 = a$ 。

例 7: 设 $x < 0$, 化简: $\sqrt{x^2} - \sqrt[3]{x^3}$ 。

例 8: 解方程:

- (1) $(x - 1)^2 = 6^2$;
- (2) $(x - 1)^3 = 2^3$;

L7 - 基础篇第 29 讲 - 实数

例 1: 下列各数中, 是无理数的有几个?

① $-\frac{1}{7}$; ② $\sqrt{25}$; ③ $0.\dot{9}8$; ④ $\sqrt{3}$; ⑤ $0.10100100010000\dots$; ⑥ π 。

例 2: 下列说法正确的是 ()

A: 每一个实数都可以在数轴上找到对应的点

B: 数轴上所有的点都是有理数

C: 2π 和 $2\sqrt{2}$ 不能在数轴上找到对应的点

D: 一个有理数和一个无理数无法比较大小

例 3: 计算:

(1) $\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$;

(2) $-10\sqrt{2} + |-5\sqrt{2}|$;

(3) $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{2}$;

(4) $|\sqrt{3} - 2| - (\sqrt[3]{8} + 3\sqrt{\frac{1}{9}})$;

例 4: 已知 a 是 $-\sqrt{3}$ 的相反数, b 是 $2\pi - 10$ 的绝对值, 求 $a + b$ 。

例 5: 设 a 为有理数, b, c 为无理数, 则一定为无理数的是 ()

A: $a - b$

B: ab

C: $b + c$

D: bc

例6: 已知 $6 - \sqrt{23}$ 的小数部分是 x , $6 + \sqrt{23}$ 的小数部分是 y , 且 $(m + 1)^2 = x + y$, 求 m 的值。

例7: 比较大小:

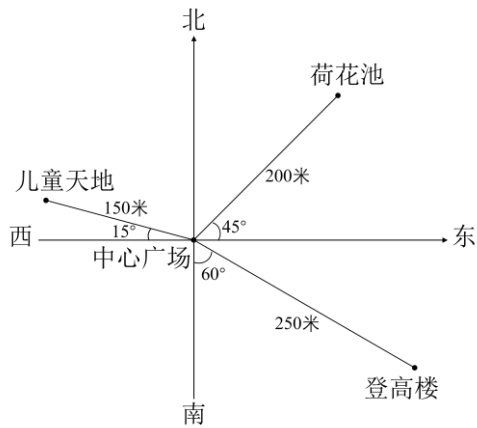
- (1) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ 与 $\frac{7}{4}$;
- (2) $\sqrt[3]{4}$ 与 $\frac{3}{2}$;
- (3) $4 - \sqrt{3}$ 与 3 ;
- (4) $4 - \sqrt{3}$ 与 $\sqrt{2} - \sqrt{5}$;
- (5) $0 < x < 1$ 时, x^2 与 x 。

L7 - 基础篇第 30 讲 - 平面直角坐标系

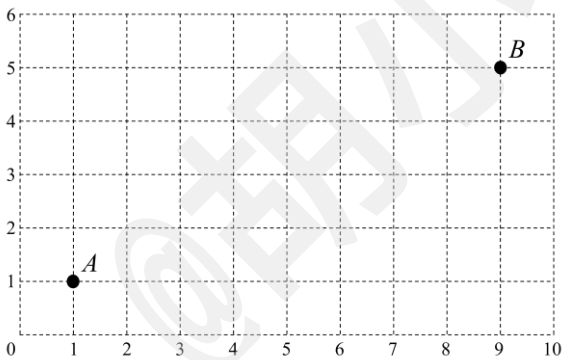
例 1: 甲、乙、丙住在同一个小区，甲住 3 号 502 室，我们记作(3,502)。

- (1) 如果乙住 5 号 201 室，可记作_____；
- (2) 如果丙的住址我们用同样的方法可记为(70,102)，则丙住在_____号_____室。

例 2: 如图，在某公园，以中心广场为观测点，用有序数对(200,45°)表示图中“荷花池”的位置，有序数对(250,330°)表示图中“登高楼”位置，则与图中“儿童天地”位置对应的有序数对为_____。



例 3: 如图，学校在 A(1,1)处，小明家在 B(9,5)处，小明昨天回家走的路线是：(1,1)→(9,1)→(9,5)，今天回家走的路线是：(1,1)→(5,1)→(5,5)→(9,5)，请问哪条路线更长？



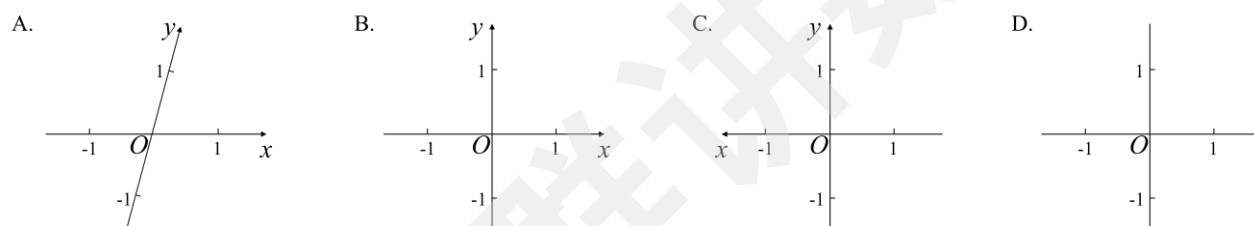
例 4：我们把所有的正整数按下图排列，用有序数对 (m,n) 表示从上到下第 m 行第 n 列的数。

(1) 有序数对 $(7,1)$ 表示的数是多少？

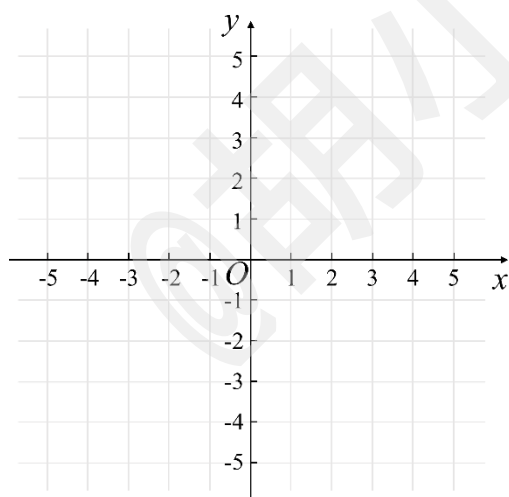
(2) 数 58 对应的有序数对的表示是多少？

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
.....

例 5：下列选项中，平面直角坐标系的画法正确的是（ ）



例 6：在平面直角坐标系中，描出下列各点，并指出这些点是否在某个象限中。



(1) $(5, -4)$; (2) $(-3, 0)$; (3) $(-4.5, 3.5)$ 。

例 7: 已知点 $P(2-a, 3a+6)$, 根据条件, 求点 P 的坐标。

- (1) 点 P 到两坐标轴的距离相等;
- (2) 点 P 在二、四象限的角平分线上;
- (3) 点 $Q(4,1)$, 直线 $PQ \parallel y$ 轴。

L7 - 基础篇第 31 讲 - 坐标的应用（一）

例 1: 设点 $A(a, a^2 - 1)$ 在 x 轴负半轴, $B(|b| - 10, b - 6)$ 在 y 轴负半轴, O 为坐标原点, 求 $\triangle AOB$ 面积。

例 2: 根据条件, 求 $\triangle ABC$ 面积:

- (1) $A(-1, 5)$, $B(0, 1)$, $C(3, 1)$;
- (2) $A(-1, 5)$, $B(1, -1)$, $C(3, -1)$;
- (3) $A(0, 1)$, $B(2, 0)$, $C(3, 3)$ 。

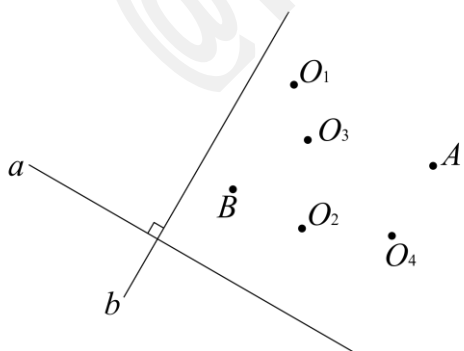
例 3: 已知 $A(-3,-1)$, $B(5,-1)$, $C(2,4)$ 。

(1) 在线段 AB 作点 D , 使 CD 平分三角形 ABC 的面积, 求点 D 的坐标;

(2) 在 y 轴上作点 Q , 使三角形 ABQ 的面积是三角形 ABC 面积的 $\frac{3}{5}$, 求点 Q 的坐标。

例 4: 有甲、乙、丙、丁四个地点, 已知从甲地出发向东走 100 米即可到达乙地, 从乙地出发向北走 100 米再向西走 100 米即可到达丙地, 从乙地出发向南走 100 米再向东走 100 米即可到达丁地。请作出四个地点的位置示意图, 建立合适的平面直角坐标系, 并求四个地点的坐标。

例 5: 如图, 直线 $a \perp b$, 在某平面直角坐标系中, x 轴//直线 a , y 轴//直线 b 。点 A 的坐标为 $(3,1)$, 点 B 的坐标为 $(-1,-2)$, 则坐标原点可能是 ()



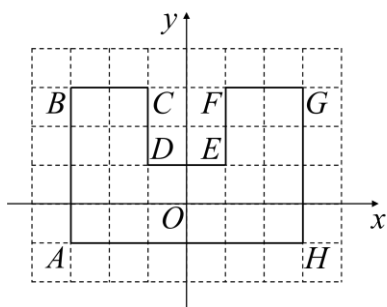
A: O_1

B: O_2

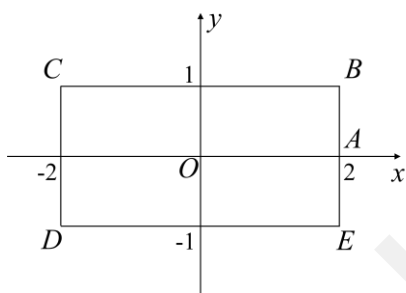
C: O_3

D: O_4

例 6: 如图, $A(-3,-1)$, $B(-3,3)$, $C(-1,3)$, $D(-1,1)$ 。坐标系的单位长度为 1 厘米, 有一个蚂蚁每分钟爬 1 厘米, 从 A 出发, 按 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A$ 的顺序连续绕圈爬行, 求蚂蚁爬到 101 分钟时所在位置的坐标。

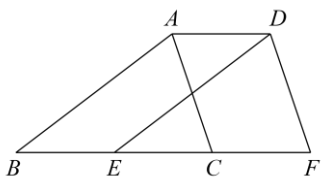


例 7: 如图, 长方形 $BCDE$ 的各边均平行于坐标轴, 物体甲和物体乙由点 $A(2,0)$ 同时出发, 沿长方形 $BCDE$ 的边做环绕运动。物体甲沿逆时针方向以每秒 1 个单位长度的速度匀速运动, 物体乙沿顺时针方向以每秒 2 个单位长度的速度匀速运动, 求两个物体运动后的第 2023 次相遇地点的坐标。



L7 - 基础篇第 32 讲 - 坐标的应用（二）

例 1: 如图, 三角形 ABC 中, $AB = 6$, $AC = 4$, 将三角形 ABC 向右平移得到三角形 DEF , 若四边形 $ABED$ 和四边形 $ACFD$ 的周长和为32, 求三角形 ABC 的平移距离。



例 2: 根据条件, 求点的坐标:

- (1) 点 $A(4,3)$ 向右平移 3 个单位后到点 B ,求点 B 的坐标;
- (2) 点 $A(4,3)$ 向左平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位后, 到点 B , 求点 B 的坐标;
- (3) 点 A 向左平移 4 个单位后到点 $B(1,5)$,求点 A 的坐标。

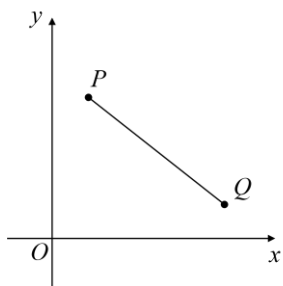
例 3: 将点 $(1,2)$ 平移到点 $(-3,5)$, 相应的平移变化可以是 ()

- A: 先向左平移 4 个单位, 再向下平移 3 个单位
B: 先向右平移 4 个单位, 再向下平移 3 个单位
C: 先向上平移 3 个单位, 再向右平移 4 个单位
D: 先向上平移 3 个单位, 再向左平移 4 个单位

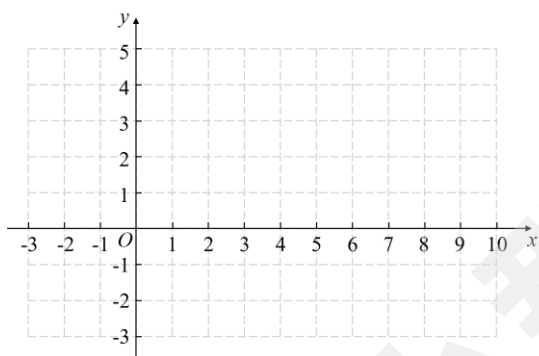
例 4: 如果三角形 ABC 经平移后得到三角形 $A'B'C'$, 点 $A(1,3)$ 的对应点为 $A'(4,5)$, 点 B 的对应点为 $B'(1,7)$, 求点 B 的坐标。

例 5: 若点 $P(x-6, 4x+5)$ 向左平移10个单位长度后对应的点在 y 轴上, 求点 P 的坐标。

例 6: 如图, 第一象限内有两点 $P(m-4, n)$ 、 $Q(m, n-3)$ 。将线段 PQ 平移, 使平移后的两端点分别落在两条坐标轴上, 求平移后 P 点对应点的坐标。



例 7: 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 G 和图形 G 上的任意点 $P(x, y)$, 给出如下定义: 将点 $P(x, y)$ 平移到 $P'(x+t, y-t)$ 称为将点 P 进行“ t 型平移”, 点 P' 称为将点 P 进行“ t 型平移”的对应点; 将图形 G 上的所有点进行“ t 型平移”称为将图形 G 进行“ t 型平移”。已知点 $A(1, 1)$ 和点 $B(3, 1)$ 。



- (1) 求将点 $A(1, 1)$ 进行“1 型平移”后的对应点 A' 的坐标;
- (2) 若线段 AB 进行“ t 型平移”后与坐标轴有公共点, 求 t 的取值范围。

L7 - 基础篇第 33 讲 - 二元一次方程组（一）

引例：鸡兔同笼，5 个头，14 条腿，有几只鸡，几只兔？

例 1：下列方程是二元一次方程的是（ ）

A: $3xy = 10$

B: $2x^2 + y = 1$

C: $x + y + z = 10$

D: $2x - y = 7$

例 2：请设计一个方程组，使方程组的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ ，并指出满足条件的方程组有多少个。

例 3：已知关于 x, y 的方程 $x + 2y + a - 7b = 10$ 的一组解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ ，求 $2a - 14b$ 的值。

例 4：用代入消元法解方程组： $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 7y = 13 \end{cases}$

例 5：用代入消元法解方程组： $\begin{cases} 3x - 2 = 2(y - 1) \\ 5(x + 1) = 4y - 6 \end{cases}$

L7 - 基础篇第 34 讲 - 二元一次方程组（二）

例 1: 解方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 3x - 3y = 5 \end{cases}$

例 2: 解方程组 $\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 3x - 3y = 5 \end{cases}$

例 3: 解方程组 $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x - 4y = 6 \end{cases}$

例 4: 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x - 4y = -2 \\ 2ax + by = -2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} ax + 2by - 2 = 0 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$ 的解相同, 求 $2a - b$ 的值。

例 5: 解方程组
$$\begin{cases} 2\frac{1}{x} - 3\frac{1}{y} = 12 \\ 3\frac{1}{x} - 4\frac{1}{y} = 6 \end{cases}$$

例 6: 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2023 \\ y = 2024 \end{cases}$, 求关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1(x+1) + b_1(y+2) = c_1 \\ a_2(x+1) + b_2(y+2) = c_2 \end{cases}$ 的解。

例 7: 解方程组
$$\begin{cases} 2022x + 2023y = 4043 \\ 2023x + 2022y = 4047 \end{cases}$$

L7 - 基础篇第 35 讲 - 二元一次方程组应用

例 1: 在某个活动中, 如果某年级每个学生拿 5 个礼品, 还少 3 个礼品。如果每个学生拿 4 个礼品, 还多 3 个礼品。设共有 y 个礼品, x 个学生, 可列出方程组 ()

A: $\begin{cases} 5x + 3 = y \\ 4x - 3 = y \end{cases}$

B: $\begin{cases} 5x + 3 = y \\ 4x + 3 = y \end{cases}$

C: $\begin{cases} 5x - 3 = y \\ 4x - 3 = y \end{cases}$

D: $\begin{cases} 5x - y = 3 \\ y - 4x = 3 \end{cases}$

例 2: 某人从学校骑自行车出发去县城, 中途因道路施工步行了一段路, 1.5 小时后到达县城。他_____, 路程全长 20km, 他骑车与步行各用多少时间?

设骑车的时间为 x 小时, 步行的时间为 y 小时, 可列方程组为 $\begin{cases} x + y = 1.5 \\ 15x + 5y = 20 \end{cases}$, 则横线上的信息可以是 ()

A: 一半的路程骑车平均速度为 15km/h, 一半的路程步行平均速度为 5km/h

B: 一半的路程骑车平均速度为 5km/h, 一半的路程步行平均速度为 15km/h

C: 骑车平均速度为 15km/h, 并且骑车平均速度是步行平均速度的 3 倍

D: 骑车平均速度为 15km/h, 并且步行平均速度是骑车平均速度的 3 倍

例 3: 某人带了 100 元去市场买水果。他买了 1 千克的哈密瓜和 2 千克的葡萄, 还剩 30 元。设哈密瓜每千克 x 元, 葡萄每千克 y 元, 得方程 $x + 2y = 70$ 。下列说法中, 正确的是 ()

A: 1 千克葡萄的价格可以是 36 元

B: 若 1 千克哈密瓜的价格是 12 元, 则 1 千克葡萄的价格是 20 元

C: 若 $\begin{cases} x = m \\ y = n \end{cases}$ 是方程 $x + 2y = 70$ 的解, 则 m, n 可以分别表示哈密瓜、葡萄的单价

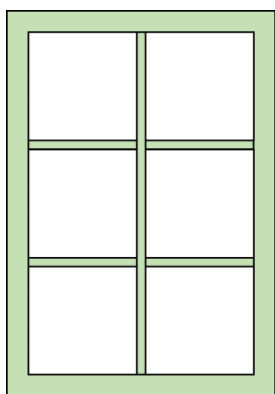
D: 若 m, n 可以分别表示哈密瓜、葡萄的单价, 则 m, n 一定是方程 $x + 2y = 70$ 的解

例 4: 某车间有 17 名工人, 平均每人每天可生产 15 个被罩或 21 个枕套。已知 1 个被罩和 2 个枕套配成一套, 应该怎样安排人员, 才能使被罩与枕套刚好配套? 一天能生产多少套?

例 5: 小明去买水果, 有 A、B 两种水果。如果两种水果都买, 1 斤 A 水果和 1 斤 B 水果配成一套, 小明带的钱正好可以买 20 套。如果 1 斤 A 水果和 2 斤 B 水果配成一套, 小明带的钱正好可以买 15 套。如果小明只买一种水果, 分别可以买多少斤?

例 6：某公司为方便职工上班，特为部分外地的职工提供了一栋廉价高质的租赁职工宿舍楼，为双职工(夫妇两人均在本单位上班)提供两室套房，单身职工提供单间配套房，如果住进该楼有 $\frac{4}{5}$ 的女职工和 $\frac{6}{7}$ 的男职工是夫妇，那么这个职工宿舍楼里最少可能住了多少名职工？

例 7：如图所示，窗户由木条框架和 6 块大小相同的正方形玻璃组成。已知窗户整体的高度为 89cm，宽度为 62cm，外围木条的宽度是内部木条的 2.5 倍。(外围所有木条宽度相同，内部所有木条宽度相同。)求玻璃的边长。



例 8：从甲地到乙地，前一段是上坡路，后一段是下坡路。某人开车从甲地到乙地用了 $4\frac{1}{2}$ 小时，返回用了 $4\frac{2}{3}$ 小时。汽车上坡的速度为 28 千米/小时，下坡速度为 42 千米/小时，求从甲地到乙地的总路程。

例 9：某人步行 3 小时，先沿平坦道路走，然后上山，再沿来的路线返回到出发点。如果在平坦道路上每小时走 4 千米，上山每小时走 3 千米，下山每小时走 6 千米，求 3 小时走过的总路程。