

习题 L8-20：因式分解

1. 下列各式从左到右的变形属于因式分解的是()

A. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

B. $a^2 - 2a + 3 = a(a-2) + 3$

C. $a^2 - 1 = a(a - \frac{1}{a})$

D. $a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2$

2. 把下列各式分解因式：

(1) $4xyz - 4x^2yz - 12xy^2z$ ；

(2) $20a^{m+1}b^{2m+4} - 12a^{2m+1}b^{m+2}$ ；

(3) $-20c(a-b)^2 - 25(b-a)^3$ ；

(4) $x(x-2) - x + 2$ ．

3. 分解因式：

(1) $6x^2 - 4xy$ ；

(2) $15x^2y(3-m)^3 + 5xy(m-3)^2$ ．

4. 分解下列因式：

(1) $4x^2yz - 12xy^2z + 18xyz^2$;

(2) $2a^2b(x+y)^2(b+c) - 6a^3b^3(x+y)(b+c)^2$;

(3) $(2x-3y)(3x-2y) + (2y-3x)(2x+3y)$;

(4) $-\frac{2}{3}ax^2 + \frac{1}{4}ax - 6a$;

(5) $\frac{3}{2}b^{3n-1} + \frac{1}{6}b^{2n-1}$ (n 是正整数);

(6) $mn(m^2+n^2) - n^2(m^2+n^2)$.

5. 把下列各式分解因式：

(1) $\frac{n^2}{9} - \frac{2}{3}n + 1$;

(2) $\frac{a^2}{25} + \frac{b^2}{16} - \frac{ab}{10}$;

(3) $-x^2 - 4y^2 + 4xy$;

(4) $a^4b^4 + 4a^2b^2c + 4c^2$;

(5) $20(x+y) + 25 + 4(x+y)^2$;

(6) $a^2 - 6a(c-b) + 9(b-c)^2$.

6. 分解因式：

(1) $x^4 - 16$;

(2) $(9a^2 + 1)^2 - 36a^2$;

(3) $(x^2 - 44)^2 + 10(44 - x^2) + 25$;

(4) $(2 - m^2n^2)(6 - m^2n^2) + 4$.

7. 把下列各式分解因式：

(1) $4a^2 - 4a + 1$;

(2) $25x^2 + 9 + 30x$;

(3) $-1 + xy - \frac{x^2y^2}{4}$;

(4) $4 + 12(y - x) + 9(x - y)^2$;

(5) $m^6 - 2m^3n^2 + n^4$;

(6) $(m + 6n)^2 + 4m(m + 6n) + 4m^2$.

8. 分解因式

(1) $9a^2 - 6ab + 3a$

(2) $121x^2 - 144y^2$

(3) $x(x-y) - y(y-x)^2$

(4) $7a(x-y)^2 - 4b(y-x)^2$

(5) $\frac{1}{3} \times 65.9 - 44.9 \times \frac{1}{3}$ 能被 7 整除吗?

习题 L8-21：分式与分式运算（一）

1. 下列代数式① $\frac{1}{x}$ ，② $\frac{a+b}{2}$ ，③ $\frac{a}{\pi}$ ，④ $\frac{1}{m-n}$ 中，分式有()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 当 x 为何值时，下列分式有意义？

(1) $\frac{3}{2x-1}$ ；

(2) $\frac{3x-2}{4x^2-1}$ ；

(3) $\frac{2}{|x|-4}$ ；

(4) $\frac{2x}{x-a}$ 。

3. 当 x 取何值时，下列分式的值为零？

(1) $\frac{x^2-4}{x+2}$

(2) $\frac{x^2+2x-3}{|x|-1}$

(3) $\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$

(4) $\frac{5-|x|}{x^2+4x-5}$ 。

4. 在分式 $\frac{2x}{x+y}$ 中，若将 x 、 y 都扩大为原来的 2 倍，则所得分式的值()

- A. 不变 B. 是原来的 2 倍 C. 是原来的 4 倍 D. 无法确定

5. 若把分式 $\frac{xy}{x^2+y^2}$ 中的 x 和 y 都扩大 2 倍，那么分式的值()

- A. 扩大 2 倍 B. 不变 C. 缩小 2 倍 D. 缩小 4 倍

6. 若 x 、 y 的值均扩大为原来的 3 倍，则下列分式的值保持不变的是()

- A. $\frac{x}{y+1}$ B. $\frac{x-y}{x+1}$ C. $\frac{x^2}{x+y}$ D. $\frac{3x}{x+y}$

7. (1) $\frac{a+b}{ab} = \frac{(\quad)}{a^2b}$; (2) $\frac{x^2+xy}{x^2} = \frac{x+y}{(\quad)}$; (3) $\frac{(\quad)}{x^2-4y^2} = \frac{x}{x+2y}$; (4) $\frac{6a^2-2ab}{(\quad)} = 3a-b$.

8. 不改变分式的值，把下列各式的分子、分母中各项系数都化成整数：

(1) $\frac{2a - \frac{3b}{2}}{5a + \frac{5}{3}b}$;

(2) $\frac{0.25x^2 + 0.5y^2}{0.75x^2 - 2y^2}$;

(3) $\frac{0.2x - 0.4y}{\frac{1}{5}x + 3y}$;

(4) $\frac{0.5m - 0.3n}{2m - 3n}$.

9. 下列各式是怎样从左边变形到右边的？需要满足的条件是什么？

$$(1) \frac{a}{2x} = \frac{ay}{2xy};$$

$$(2) \frac{(m-n)}{2(m-n)^2} = \frac{1}{2(m-n)}.$$

10. 下列代数式变形正确的是()

$$A. \frac{a}{b} = \frac{a+1}{b+1}$$

$$B. \frac{a(c^2+1)}{b(c^2+1)} = \frac{a}{b}$$

$$C. \frac{0.2x}{0.1x+2y} = \frac{2x}{x+2y}$$

$$D. -\frac{x+y}{-x-y} = \frac{x+y}{x-y}$$

11. 下列各式从左到右的变形正确的是()

$$A. \frac{a^2}{a^3b} = \frac{a^2}{b}$$

$$B. \frac{a+3c}{a} = 3c$$

$$C. \frac{a-3}{a^2-9} = \frac{1}{a-3}$$

$$D. \frac{a^2-9}{a^2-6a+9} = \frac{a+3}{a-3}$$

12. 约分：

$$(1) \frac{a^2-6a+9}{a^2-9}$$

$$(2) \frac{3ax^3y-3x^3y}{9xy^2-9axy^2}.$$

13. 化简下列分式：

(1) $\frac{-2x^3y}{4x^2y^2}$;

(2) $\frac{x^2-9}{x-3}$;

(3) $\frac{x^2-6x+9}{2x-6}$;

(4) $\frac{xy-2y}{x^2-4x+4}$.

14. 下列分式是否是最简分式？如果不是，请化简为最简分式

(1) $\frac{2xy}{4xyz}$

(2) $\frac{2ab(a+b)}{(a+b)^2}$

(3) $\frac{-(2-x)^2}{-(y-2)(x-2)}$

(4) $\frac{m-2n}{m^2-4mn+4n^2}$

(5) $\frac{6x^2-12xy+6y^2}{3x-3y}$

(6) $\frac{2x-y}{y^2-4x^2}$.

15. 已知 $a^2 + b^2 = (a + b - c)^2$ ，且 $b^2 \neq 0$ ，化简： $\frac{a^2 + (a - c)^2}{b^2 + (b - c)^2}$ 。

习题 L8-22：分式与分式运算（二）

1. 使式子 $\frac{x+3}{x-3} \div \frac{x+2}{x+4}$ 有意义的 x 的取值范围是()

A. $x \neq 3$ 且 $x \neq -4$

B. $x \neq 3$ 且 $x \neq -2$

C. $x \neq 3$ 且 $x \neq -3$

D. $x \neq -2$, $x \neq 3$ 且 $x \neq -4$

2. 通分：

(1) $\frac{3c}{2ab^2}$, $-\frac{a}{8bc^2}$;

(2) $\frac{y}{2x^2}$, $\frac{5}{6xy^2z}$, $\frac{4c}{3xy}$;

(3) $\frac{1}{(2-x)^2}$, $\frac{x}{(x+2)(x-2)}$;

(4) $\frac{y}{x(x-y)^2}$, $\frac{x}{(y-x)^3}$;

(5) $\frac{1}{x^2+x}$, $\frac{-1}{x^2+2x+1}$;

(6) $\frac{x+1}{x}$, $\frac{x}{2x+6}$, $\frac{x-1}{x^2-9}$.

3. 计算：

$$(1) \frac{12x^2y}{xy^2} \cdot \frac{-2xy}{18x^3y};$$

$$(2) -\frac{b}{2a} \div \frac{3b}{4a} \cdot \frac{2a}{3b};$$

$$(3) \frac{x}{x^2y-y} \div \frac{x^2y}{x^2+x};$$

$$(4) \frac{16-m^2}{16+8m+m^2} \div \frac{m-4}{2m+8} \cdot \frac{m-2}{m+2};$$

$$(5) \frac{x+y}{x-y} \div (xy+x^2).$$

4. 计算：

$$(1) \left(-\frac{2b^2}{a^3}\right)^3;$$

$$(2) \left(\frac{c^3}{a^2b}\right)^2 \div \left(\frac{c^4}{a^3b}\right)^2 \div \left(\frac{a}{c}\right)^4;$$

$$(3) \left(-\frac{a^2}{b^{n+1}}\right)^2;$$

$$(4) \left(\frac{a-b}{ab}\right)^2 \cdot \left(\frac{-a}{b-a}\right)^3 \cdot (a^2-b^2);$$

$$(5) 8x^2 \cdot \left(-\frac{3x}{4y^3}\right) \cdot \left(-\frac{6z}{x^2y}\right);$$

$$(6) \left(\frac{-x^2y}{a}\right)^3 \cdot \left(\frac{a^2}{-xy}\right)^2 \div \left(\frac{ay}{x}\right)^4.$$

5. 计算：

$$(1) \frac{a}{a^2 - 25b^2} - \frac{1}{2a - 10b};$$

$$(2) \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1};$$

$$(3) \frac{x^2}{x+y} - x + y.$$

6. 计算：

$$(1) \frac{a^2}{a+3} - \frac{9}{a+3}$$

$$(2) \frac{m+n}{4m^2-n^2} + \frac{m-2n}{4m^2-n^2}$$

$$(3) \frac{x^2}{x-2} - \frac{4x}{x-2} + \frac{4}{x-2}$$

$$(4) \frac{3b-a}{a^2-b^2} - \frac{a+2b}{a^2-b^2} + \frac{3a-4b}{a^2-b^2}$$

习题 L8-23：整数指数幂

1. 5^{-3} 可以表示为 ()

A. $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

B. $\frac{1}{5 \times 5 \times 5}$

C. $-5 \times 5 \times 5$

D. $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3)$

2. 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + (\pi + 1)^0$.

3. 计算： $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \div 2^3 - (-2)^{-2}$.

4. 计算 -3^{-2} 的结果是 ()

A. -9

B. -6

C. $-\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{9}$

5. 计算：

(1) $-1^{2008} \times \left| -\frac{3}{4} \right| + (3.14 - \pi)^0 - 2^{-2}$.

(2) $2^{24} \times (-0.125)^8 + \left(-\frac{2}{3}\right)^{100} \times \left(-1\frac{1}{2}\right)^{101}$.

6. (1) 计算判断： $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ _____ $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$, $\left(\frac{5}{4}\right)^3$ _____ $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ (填“>”“<”或“=”);

(2) 猜想发现： $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ _____ $\left(\frac{b}{a}\right)^{-m}$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$, m 是正整数, 填“>”“<”或“=”);

(3) 拓展应用：计算 $\left(\frac{7}{15}\right)^{-2} \times \left(\frac{7}{5}\right)^2$ 的结果为_____.

7. 若 $a = -2^2$, $b = 2^{-2}$, $c = -2^{-2}$, 则 ()

- A. $a < c < b$ B. $c < a < b$ C. $b < a < c$ D. $a < b < c$

8. 若 $7^{2-3x} = 1$, 则 x 的值为_____; 若 $(-3)^y = -\frac{1}{27}$, 则 y 的值为_____.

9. 若 $10^x = 10$, $10^y = \frac{1}{10}$, 则 x, y 之间的关系为 ()

- A. x, y 互为相反数 B. x, y 互为倒数
C. $x=y$ D. 无法判断

10. 已知： $27^2 = a^6 = 9^{-b}$. 求： $(a+b-1)^{2019}$ 的值.

11. 用科学记数法表示下列各数：

- (1) 2503000;
(2) 0.05056;
(3) 0.0000389;
(4) - 0.000451.

12. 把 1.001×10^{-9} , 9.99×10^{-8} , 1.002×10^{-8} , 9.9999×10^{-7} 按照由小到大排列, 并用 “ $<$ ” 连接.

习题 L8-24：分式方程

1. 下列关于 x 的方程① $\frac{x-4}{y} = x+y$ ，② $\frac{1}{x} = 5$ ，③ $\frac{x-1}{\pi} = x-3$ ，④ $\frac{x}{a} = \frac{1}{b-1}$ 中，是分

式方程的有()个.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

2. 解下列方程：

$$(1) \frac{3}{x-2} - \frac{x}{2-x} = -4;$$

$$(2) \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1;$$

$$(3) \frac{7-9x}{2-3x} - \frac{4x-5}{2-3x} = 1;$$

$$(4) \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{1-x}{2-x}.$$

3. 解方程：

$$(1) \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} = 0;$$

$$(2) \frac{5x-4}{2x-4} = \frac{2x+5}{3x-6} - \frac{1}{2};$$

$$(3) \frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{x^2+x-2};$$

$$(4) \frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} = \frac{1}{x-2}.$$

4. 当 a 为何值时，方程 $\frac{x-1}{x} - \frac{8x+a}{2x(x-1)} = \frac{x}{1-x}$ 会产生增根？

5. 已知关于 x 的方程 $\frac{2x}{x-2} - 1 = \frac{m}{2-x}$ 的解为负数，求 m 的取值范围.

6. 若关于 x 的方程 $\frac{x+1}{x-1} - \frac{m}{1-x^2} = 1$ 的解是非负数，求 m 的取值范围.

7. 已知关于 x 的方程 $\frac{2}{x+1} - \frac{5}{x-1} = \frac{mx}{x^2-1}$.

(1) 若方程的增根为 $x=1$ ，求 m 的值；

(2) 若方程有增根，求 m 的值；

(3) 若方程无解，求 m 的值.

8. 若数 a 使关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{3}x - 1 \leq \frac{1}{2}(x - 1) \\ 2x - a \leq 3(1 - x) \end{cases}$ 有且仅有三个整数解，且使关于 y 的分式方程 $\frac{3y}{y-2} + \frac{a+12}{2-y} = 1$ 有整数解，求满足条件的所有 a 的值之和.