

1.1 集合与常用逻辑用语

1.1.1 集合间的基本关系



知识梳理

1. 集合的定义：

一般地，我们把研究对象统称为元素，一些元素组成的总体叫集合，也简称集。

2. 元素与集合的关系：

- (1) 若 a 是集合 A 中的元素，则称 a 属于集合 A ，记作 $a \in A$ ；
- (2) 若 a 不是集合 A 的元素，则称 a 不属于集合 A ，记作 $a \notin A$ 。

3. 常见集合的符号表示：

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集	复数集
符号	$\mathbf{N}$	$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$	$\mathbf{Z}$	$\mathbf{Q}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{C}$

4. 集合中元素的特性：

(1) 确定性 (2) 互异性 (3) 无序性。

5. 集合的表示方法：

(1) 列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合。这是最简单的集合表示方法，但是，也具有本身的局限性，比如只能表示有限集不能表示无限集等

(2) 描述法： $\{x \mid x \text{ 具有的性质}\}$ ，其中 x 为集合的代表元素。

(3) 图示法：用韦恩图来表示集合。是一种利用二维平面上的点集表示集合的方法。

例：一般用平面上的矩形或圆形表示一个集合，是集合的一种直观的图形表示法

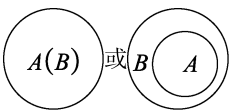
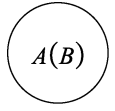
6. 集合的分类

(1) 按元素的多少分：

- ① 含有有限个元素的集合叫做有限集。
- ② 含有无限个元素的集合叫做无限集。
- ③ 不含有任何元素的集合叫做空集($\emptyset$)。

(2) 按元素的属性分：数集、点集、其它集合。

7. 集合间的基本关系

名称	记号	意义	性质	示意图
子集	$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)	A 中的任一元素都属于 B	(1) $A \subseteq A$ (2) $\emptyset \subseteq A$ (3) 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$ (4) 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则 $A = B$	
真子集	$A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$)	$A \subseteq B$, 且 B 中至少有一元素不属于 A	(1) $\emptyset \subsetneq A$ (A 为非空集合) (2) 若 $A \subsetneq B$ 且 $B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$	
集合相等	$A = B$	A 中的任一元素都属于 B , B 中的任一元素都属于 A	(1) $A \subseteq B$ (2) $B \subseteq A$	

【典型例题】



1.1.1.1 题型1: 子集个数问题

【例1】 难度 ★★☆☆

已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

- (1) A 的子集有多少个?
- (2) A 的真子集有多少个?
- (3) A 的非空真子集有多少个?
- (4) 若 $\{1\} \subseteq B \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则有多少个 B ?
- (5) 若 $\{1\} \subsetneq C \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则有多少个 C ?

2 ☆☆☆

已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$ ，则 A 的子集的个数为_____.

【例3】 难度 ☆☆☆

集合 $A = \{-2, 1, 2, 3\}$ ，则 A 的真子集个数为 ()

A. 16

B. 15

C. 14

D. 13

【例4】 难度 ☆☆☆

设集合 $P = \{x \mid x^2 = 1\}$ ，则集合 P 的非空真子集的个数是 ()

A. 2

B. 3

C. 7

D. 8

5 ☆☆☆

满足 $\{3, 4\} \subseteq M \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 的所有集合 M 的个数是 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【例6】 难度 ☆☆☆

设集合 M 满足 $\{1, 2\} \subseteq M \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$, 则满足条件的集合 M 的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【例7】 难度 ☆☆☆

集合 P 具有性质“若 $x \in P$, 则 $\frac{1}{x} \in P$ ”, 就称集合 P 是伙伴关系的集合, 集合

$A = \{-1, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\}$ 的所有非空子集中具有伙伴关系的集合的个数为

- ()
A. 3 B. 7 C. 15 D. 31

【例8】 难度 ☆☆☆

若 $x \in A$, 则 $\frac{1}{x} \in A$, 就称 A 是伙伴关系集合, 集合 $M = \{-1, 0, \frac{1}{2}, 2, 5\}$ 的所有非空子集中具有伙伴关系的集合的个数是 ()

- A. 1 B. 3 C. 7 D. 31