

空间几何体

模块	相关知识视频	难度
基础巩固	2.3.1.1 柱锥球台的结构特征	1 星

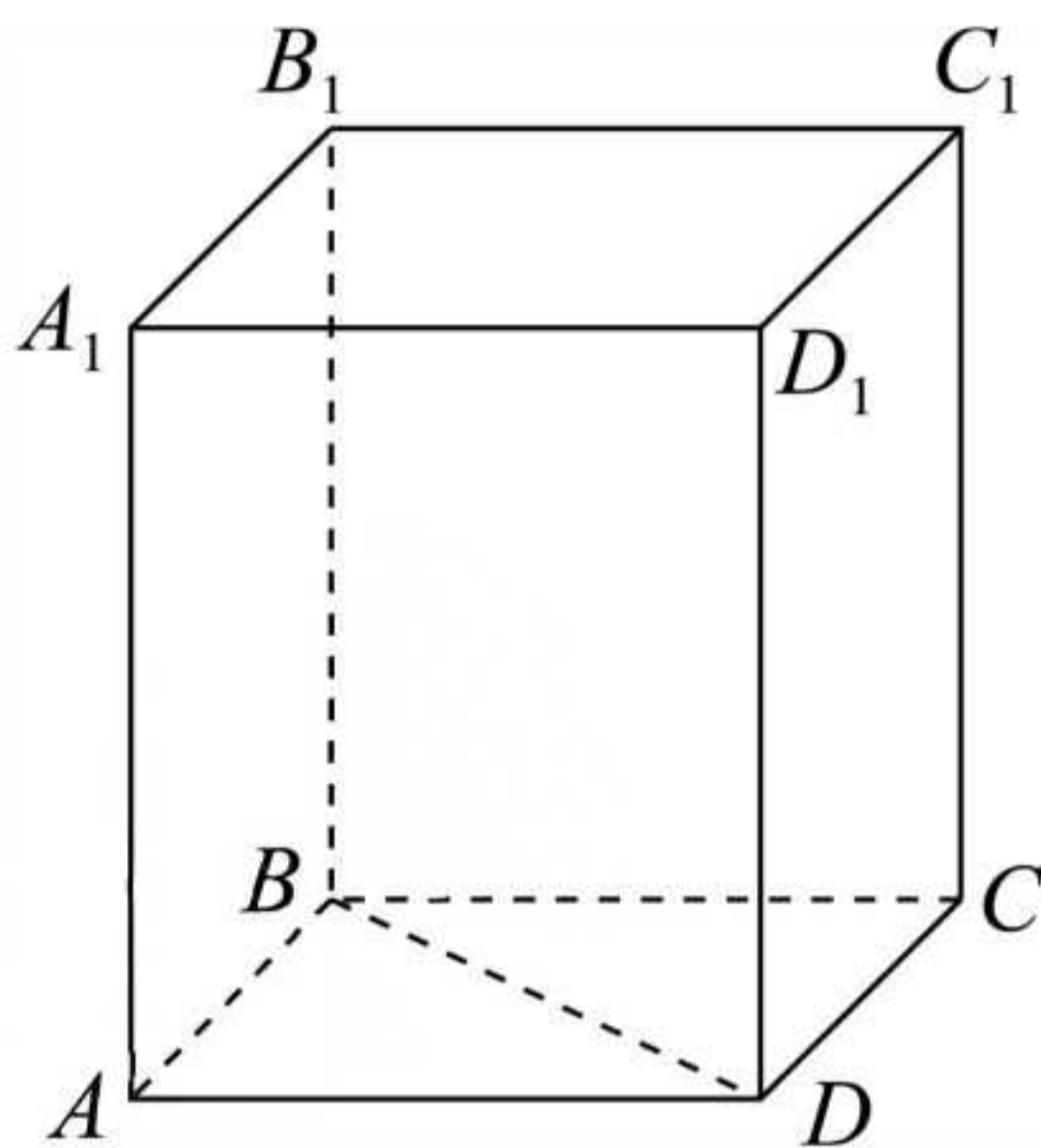


【例题精讲】

【基础巩固】 柱体与圆锥

【例 1】

(2025 年上海卷高考真题第 7 题) 如图，在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $BD = 4\sqrt{2}$ ， $DB_1 = 9$ ，则该正四棱柱的体积为_____.



【例 2】

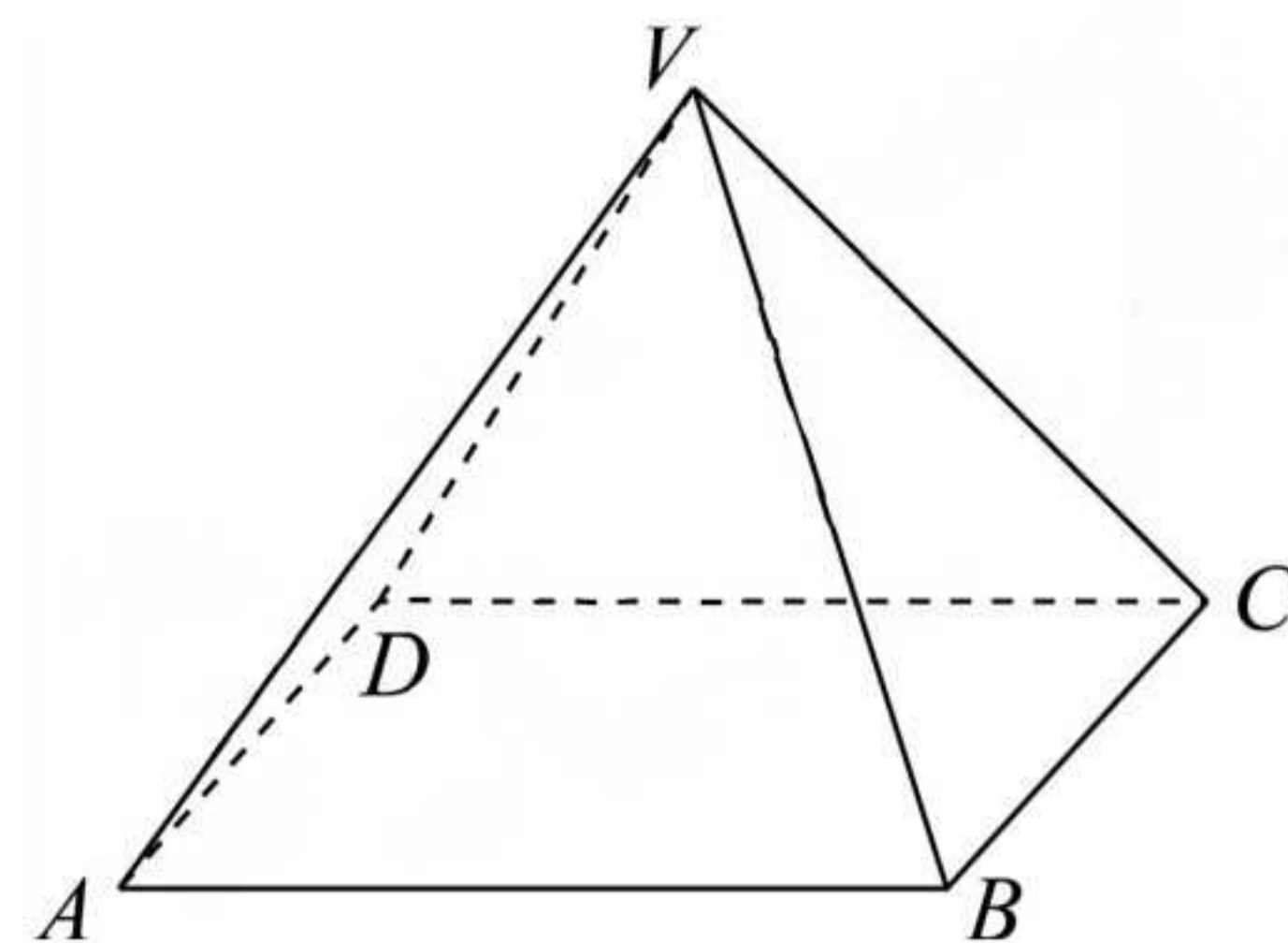
(2023 年全国乙卷高考真题理科第 8 题) 已知圆锥 PO 的底面半径为 $\sqrt{3}$ ， O 为底面圆心， PA ， PB 为圆锥的母线， $\angle AOB = 120^\circ$ ，若 $\triangle PAB$ 的面积等于 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ，则该圆锥的体积为 ()

- A. π B. $\sqrt{6}\pi$ C. 3π D. $3\sqrt{6}\pi$

【核心精讲】 棱锥与台体

【例 3】

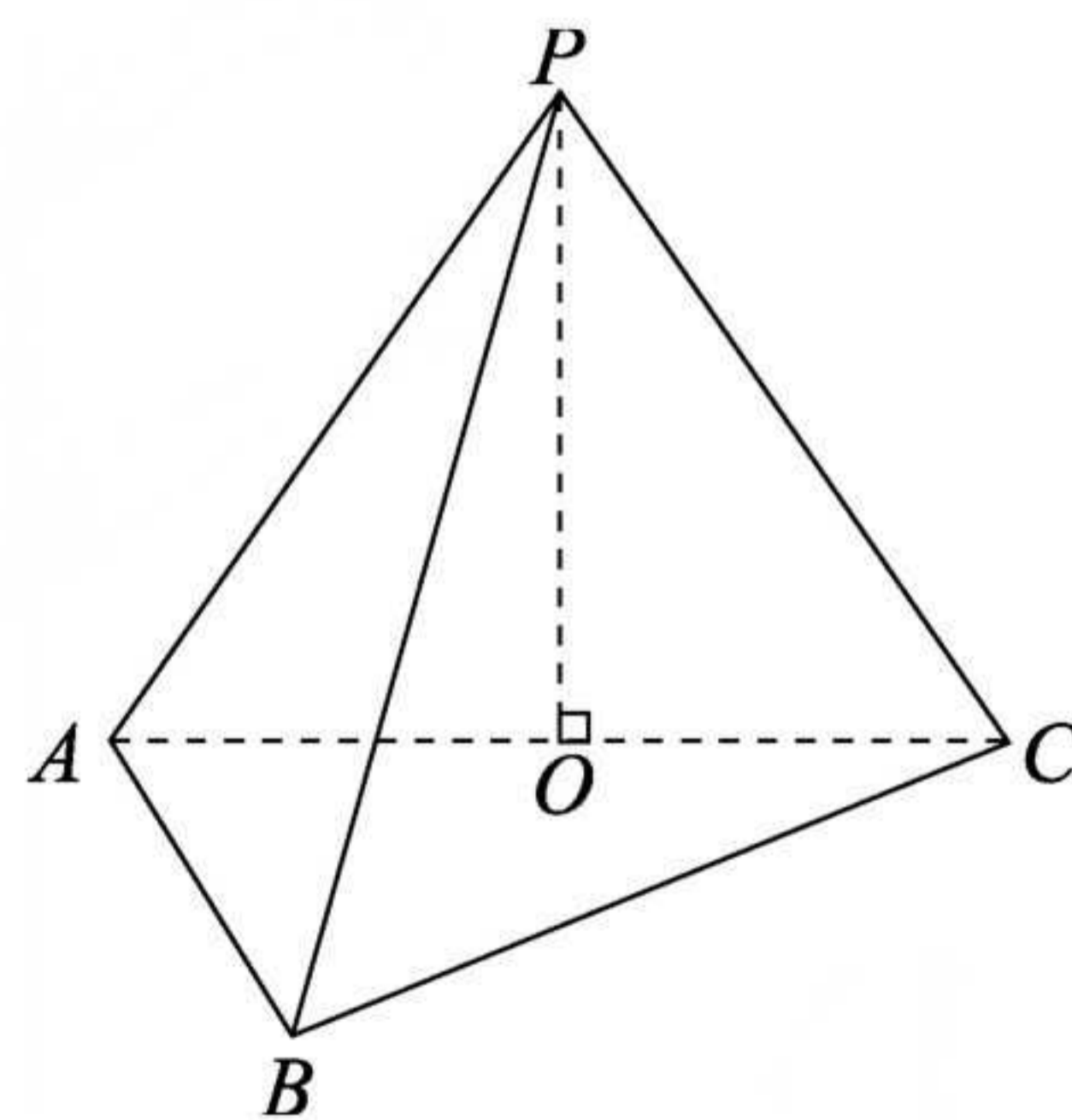
(2024·河南郑州外国语月考) 已知正四棱锥 $V-ABCD$, 底面面积为 16, 一条侧棱长为 $2\sqrt{11}$, 求它的高、斜高和体积.



【例 4】

(2022 年上海卷高考真题第 17 题) 如图所示三棱锥, 底面为等边 $\triangle ABC$, O 为 AC 边中点, 且 $PO \perp$ 底面 ABC , $AP = AC = 2$.

(1) 求三棱锥体积 V_{P-ABC} ;



【例5】

(2024 年全国甲卷高考真题理科第 14 题) 已知甲、乙两个圆台上下底面的半径均为 r_2 和 r_1 ，母线长分别为 $2(r_1 - r_2)$ 和 $3(r_1 - r_2)$ ，则两个圆台的体积之比 $\frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{乙}}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

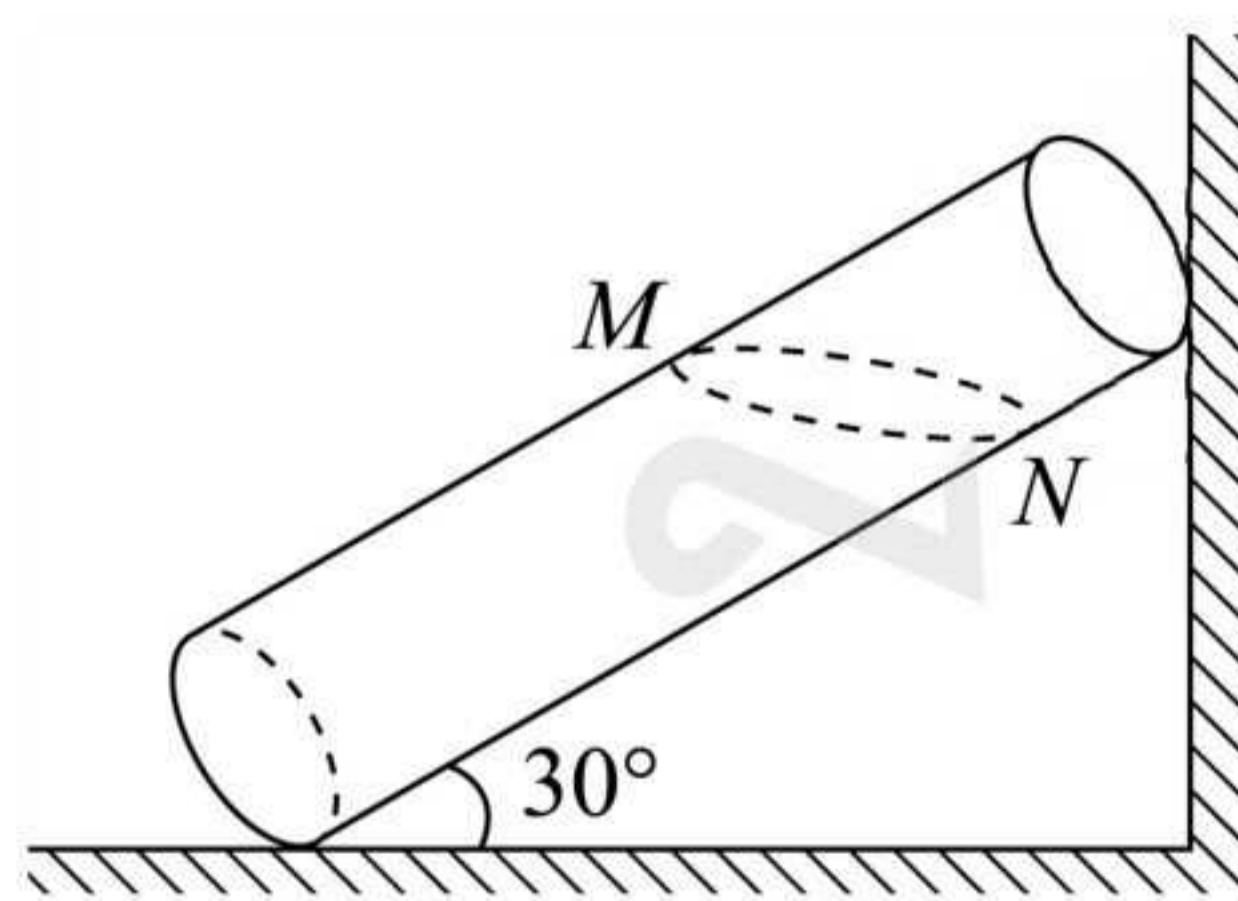
【例6】

(2023 年新高考 II 卷高考真题第 14 题) 底面边长为 4 的正四棱锥被平行于其底面的平面所截，截去一个底面边长为 2，高为 3 的正四棱锥，所得棱台的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【拔高拓展】 组合体

【例7】

如图，一个装有某种液体的圆柱形容器固定在墙面和地面的角落内，容器与地面所成的角为 30° ，液面呈椭圆形，椭圆长轴上的顶点 M ， N 到容器底部的距离分别是 12 和 18，则容器内液体的体积是 ()



A. 15π

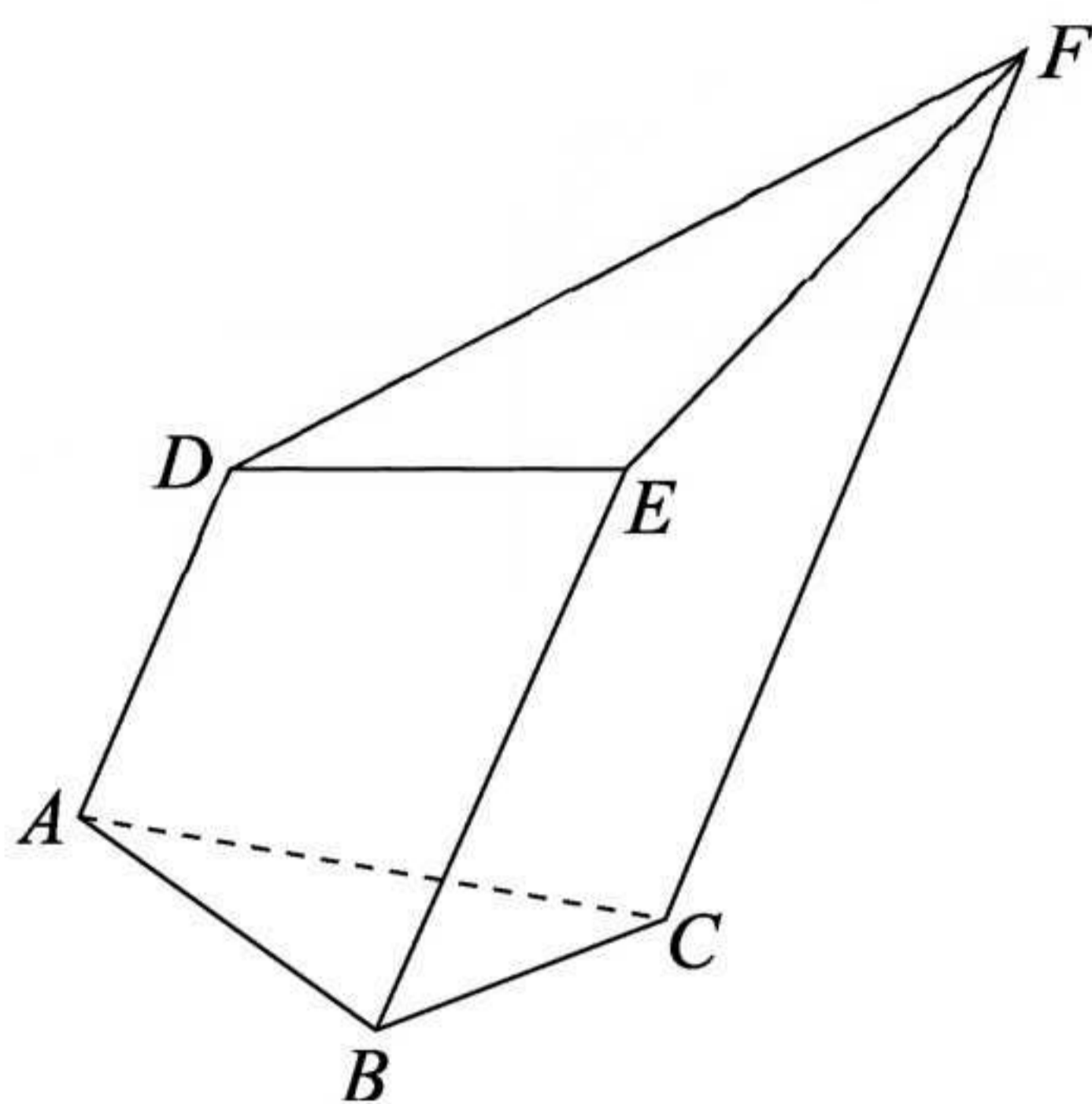
B. 36π

C. 45π

D. 48π

【例8】

(2024 年天津卷高考真题压轴第 9 题) 一个五面体 $ABC-DEF$. 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 且两两之间距离为 1. 并已知 $AD=1$, $BE=2$, $CF=3$. 则该五面体的体积为 ()



A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

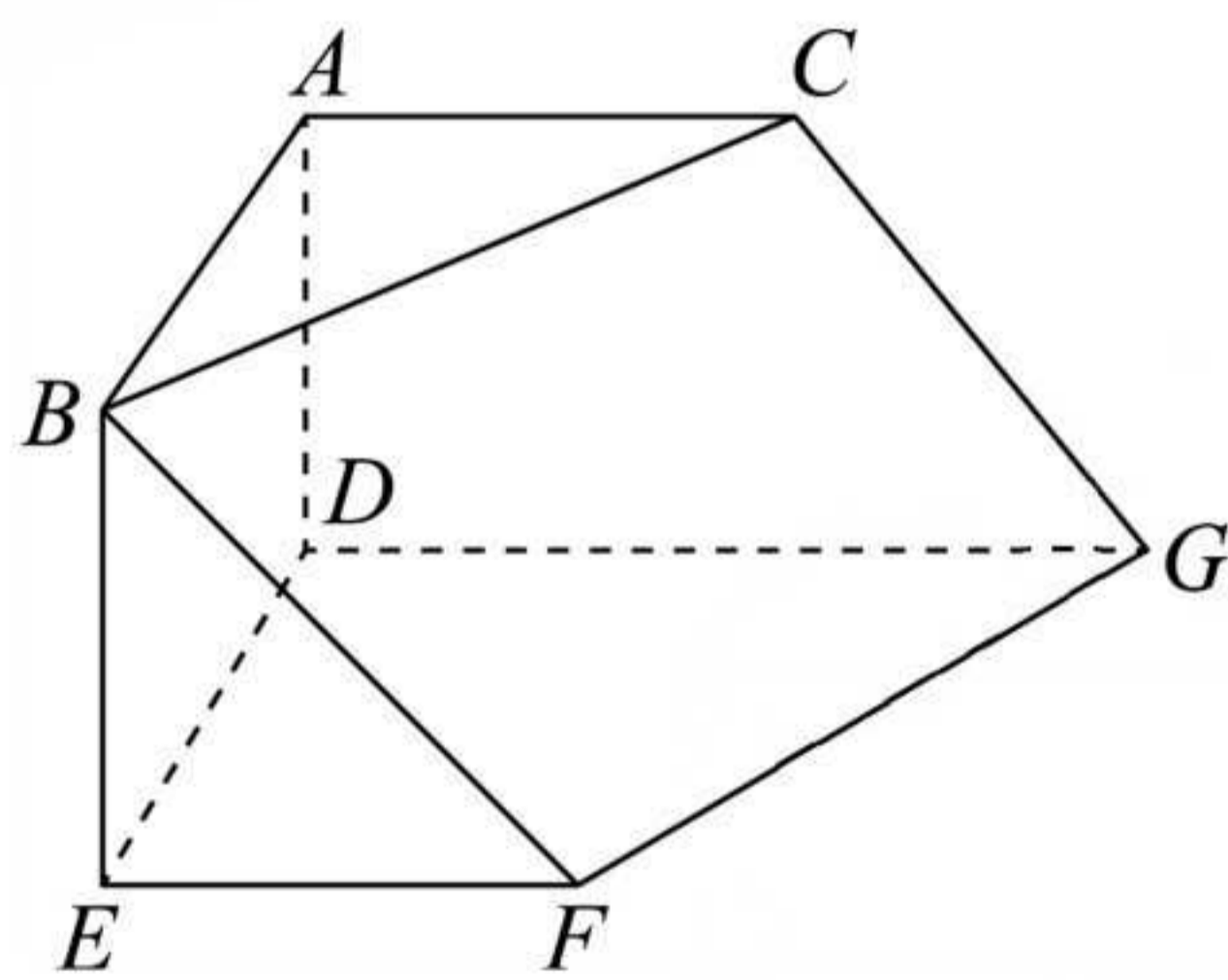
B. $\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{2}$

【例9】

已知多面体 $ABC-DEFG$ 中(如图), AB 、 AC 、 AD 两两互相垂直, 平面 $ABC \parallel$ 平面 $DEFG$, 平面 $BEF \parallel$ 平面 $ADGC$, $AB=AD=DG=2$, $AC=EF=1$, 则这个多面体的体积为 ()



A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【随堂练习】

1. (2018 年新课标 I 卷高考真题文科第 5 题) 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 , 过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形, 则该圆柱的表面积为

()

- A. $12\sqrt{2}\pi$ B. 12π C. $8\sqrt{2}\pi$ D. 10π

2. (2024 年新高考 I 卷高考真题第 5 题) 已知圆柱和圆锥的底面半径相等, 侧面积相等, 且它们的高均为 $\sqrt{3}$, 则圆锥的体积为

()

- A. $2\sqrt{3}\pi$ B. $3\sqrt{3}\pi$ C. $6\sqrt{3}\pi$ D. $9\sqrt{3}\pi$

3. (2020 年华侨、港澳台联考高考真题第 8 题) 已知正三棱锥 $P-ABC$, $AB=2$, $PA=\sqrt{3}$, D 为 PC 中点, 则三棱锥 $D-ABC$ 的体积为

()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

4. (2020 年海南(新高考 II) 卷高考真题第 13 题) 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M 、 N 分别为 BB_1 、 AB 的中点, 则三棱锥 $A - NMD_1$ 的体积为_____.

5. (2023 年新高考 I 卷高考真题第 14 题) 在正四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2$, $A_1B_1 = 1$, $AA_1 = \sqrt{2}$, 则该棱台的体积为_____.

【课后巩固】

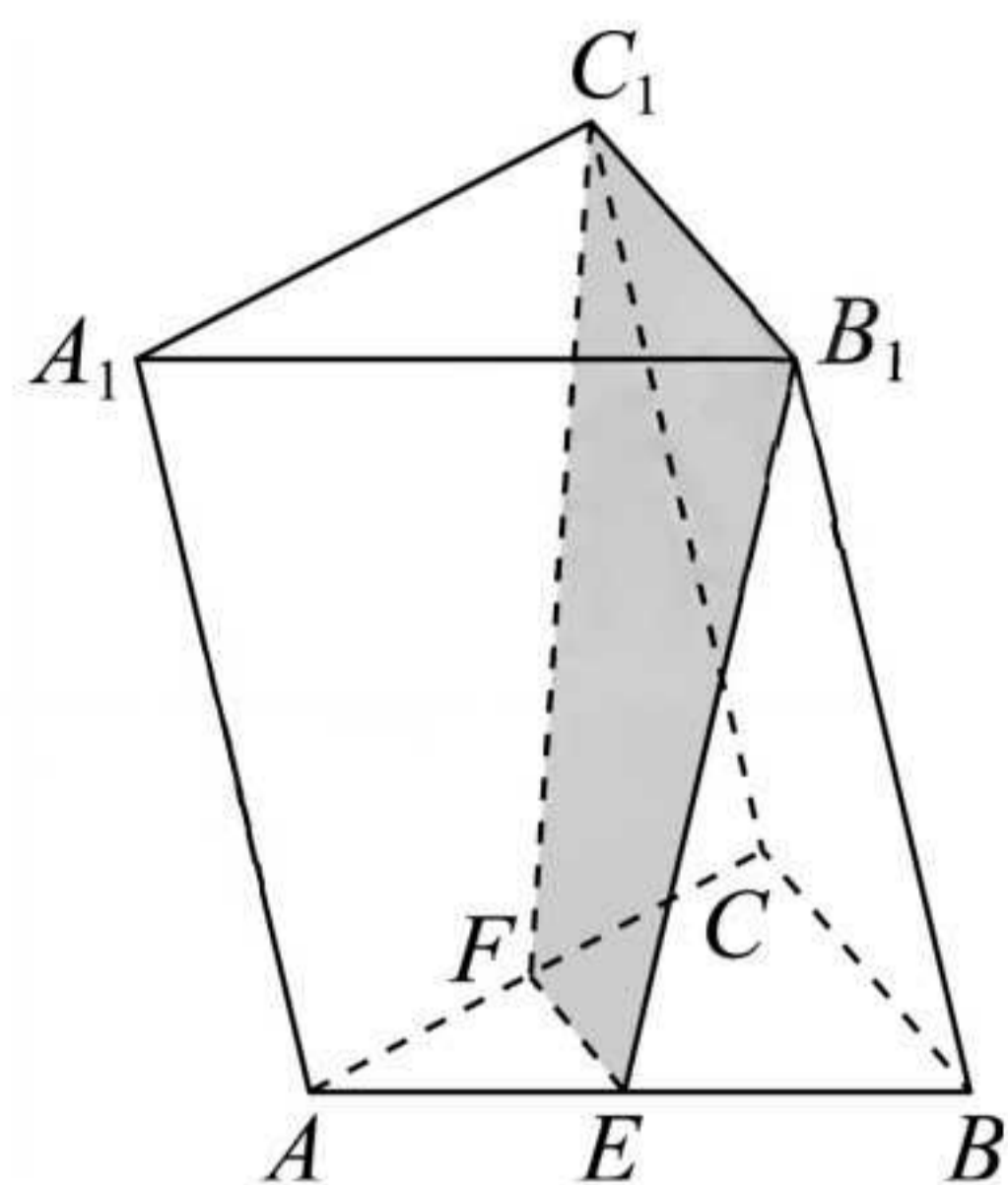
1. 已知正四棱锥的底面边长和侧棱长都为 2, 则该四棱锥的表面积为 ()

- A. $4\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{3} + 4$ D. $4\sqrt{5} + 4$

2. 若某圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 120° 、半径为 $3\sqrt{3}$ 的扇形, 则其体积为 ()

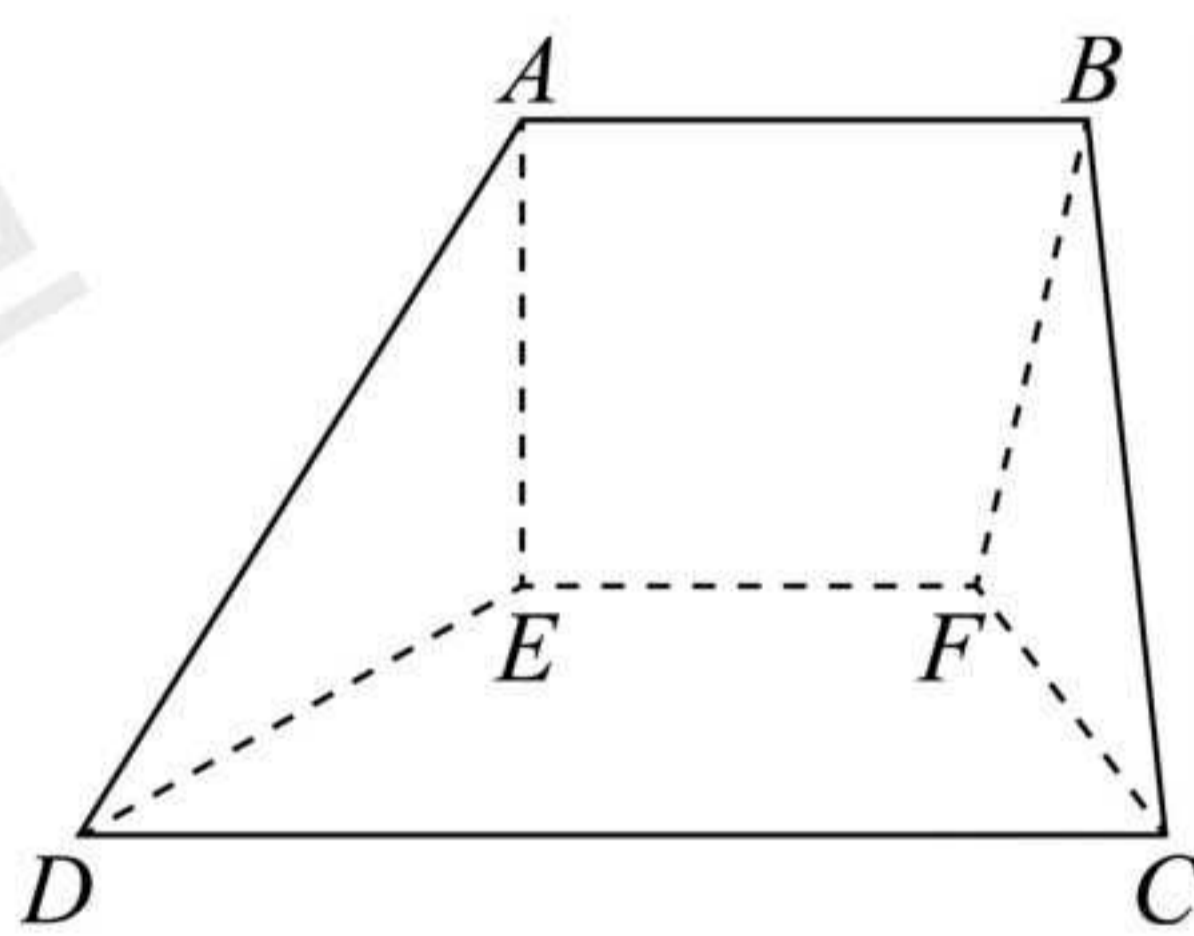
- A. $2\sqrt{6}\pi$ B. $3\sqrt{2}\pi$ C. $6\sqrt{6}\pi$ D. $9\sqrt{2}\pi$

3. 如图所示, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 若 E 、 F 分别为 AB 、 AC 靠近点 A 的三等分点, 平面 EB_1C_1F 将三棱柱分成左右两部分体积为 V_1 和 V_2 , 那么 $V_1:V_2 =$ ()



- A. 7:5 B. 14:13 C. 5:7 D. 13:14

4. 《九章算术》中将三条棱互相平行且有一个面为梯形的五面体称为“羡除”. 如图所示, 已知五面体 $ARCDEF$ 为羡除, 其中 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AB = 4$, $CD = 8$, $EF = 3$, CD 与 EF 的距离为 8, 点 A 到平面 $CDEF$ 的距离为 6, 则该羡除的体积为 ()



- A. 108 B. 112 C. 120 D. 132