

L9 - 基础篇第 1 讲 - 一元二次方程及其解法（一）

例 1：判断下列方程是否是一元二次方程：

- (1) $3x^2 - 2y + 1 = 0$;
- (2) $x^2 - x = x(x - 1) + 4x + 5$;
- (3) $x^2 + \frac{3}{4x-5} + 1 = 0$;
- (4) $2x^2 = -1$;
- (5) $2x^2 - 5kx + 9 = 0$ (k 是常数);
- (6) $(t^2 + 4)x^2 - 2tx + 9 = 0$ (t 是常数)。

例 2：已知关于 x 的方程 $(a - 4)x^{|a|-2} + 5x - 7 = 0$ 是一元二次方程，求实数 a 的值。

例 3：将方程 $(x + 2)(x - 3) = 2x - 7$ 化为一元二次方程的一般形式，并写出二次项系数、一次项系数和常数项。

例 4：已知 p 是一元二次方程 $2x^2 - 40x + 7 = 0$ 的一个实数根，

- (1) 求 $\frac{2p^2}{40p-7}$ 的值;
- (2) 求 $2p^3 - 40p^2 + 7p + 9$ 的值。

例 5：解方程：

- (1) $x^2 - 12 = 0$;
- (2) $2x^2 + 7 = 0$;
- (3) $4x^2 - 7 = 2$ 。

例 6：解方程：

(1) $(x + 3)^2 = 16$;

(2) $(3x - 1)^2 - 9 = 1$;

(3) $(2x + 1)^2 = (3x - 2)^2$ 。

例 7：已知关于 x 的方程 $(x - 1)^2 = 2k + 5$ 有两个不同的实数解，求实数 k 的取值范围。

例 8：已知关于 x 的方程 $a(x + b)^2 = c$ 的解是 $x_1 = 2$ 和 $x_2 = 7$ ，求方程 $a(x + b + t)^2 = c$ 的解（用 t 表示）。

例 9：已知关于 x 的一元二次方程 $m(x - 1)^2 - n = 0$ （其中 $mn > 0$ ）的两个根分别是 $a + 3$ 和 $2a - 7$ ，求实数 a 的值。

L9 - 基础篇第 2 讲 - 一元二次方程及其解法（二）

例 1：解方程：

(1) $x^2 + 6x - 5 = 0$;

(2) $x^2 - 5x + 2 = 0$ 。

例 2：解方程：

(1) $2x(x - 3) = 5$;

(2) $\frac{1}{2}x^2 + 3x - 7 = 0$ 。

例 3：若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 8x + m = 0$ 配方后得到方程 $(x + 4)^2 = 3m$ ，求 m 的值。

例 4：用公式法解方程：

(1) $x^2 - 5x - 2 = 0$;

(2) $x^2 + 9 = 6x$;

(3) $17 - 8x = x^2$;

(4) $2x^2 + x = 4(x + 1)$ 。

例 5：若关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - 5x + 1 = 0$ 有实数根，求 a 的取值范围。

例 6：已知关于 x 的一元二次方程 $4x^2 - (2m+4)x + m+1 = 0$ ，

- (1) 求证：该方程必有两个实数解；
- (2) 若两个实数根之和大于 1，求 m 的取值范围。

L9 - 基础篇第 3 讲 - 一元二次方程及其解法（三）

例 1：解方程：

(1) $x(x - 3) + 3 - x = 0$;

(2) $7x(x + 3) = 2(x + 3)$;

(3) $4x^2 - 9(x + 3)^2 = 0$ 。

例 2：解方程：

(1) $x^2 - 2x = 100$;

(2) $(3x - 5)^2 = 23$;

(3) $3x^2 + \sqrt{5}x - 1 = 0$;

(4) $x^2 - 5x + 4 = 0$ 。

例 3：已知关于 x 的方程 $x^2 - ax - 1 = 0$ 的一个根是 $x_1 = 2$ ，求另一个根 x_2 。

例 4：设方程 $x^2 - 6x + 1 = 0$ 的两个实根为 x_1 和 x_2 ，

(1) 求 $x_1 + x_2$ 的值；

(2) 求 $x_1 x_2$ 的值；

(3) 求 $x_1^2 + x_2^2$ 的值；

(4) 求 $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$ 的值；

(5) 求 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值；

(6) $|x_1 - x_2|$ 的值。

例 5：已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 2m = 0$ 有两个实数解 x_1 和 x_2 。

(1) 求实数 m 的取值范围；

(2) 是否存在实数 m ，使 $x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2 = 0$ 成立？若存在，求出 m 的值；若不存在，请说明理由。

L9 - 基础篇第 4 讲 - 实际问题与一元二次方程

例 1：小明的爸爸有五万元现金，到某银行存款，以复利计算，如果希望 2 年后本息共计 6.05 万元，请问年利率是多少？

例 2：某快递公司今年 1 月和 3 月投递的快递量分别为 6 万件和 8.64 万件，假设每月投递的快递件数的增长率相同。

- (1) 求该快递公司投递的快递件数的月增长率；
- (2) 假设每个快递小哥平均每月最多投递 8 千个快递，该公司目前有 12 个快递小哥，如果不增加人手，能否完成今年 4 月的投递任务？

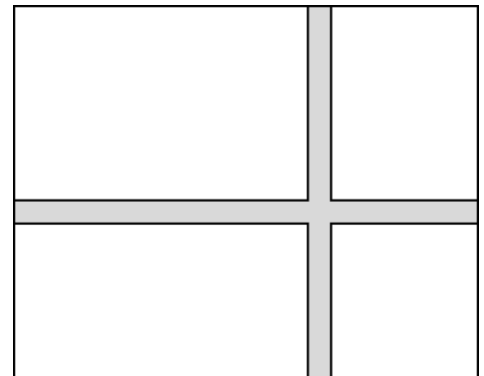
例 3：某种细胞会持续进行分裂，已知一个细胞经过两轮分裂后，共计 81 个细胞，问每个细胞每轮分裂会增加多少个细胞？

例 4：某文具品牌调研发现，某种进价 10 元/支的钢笔，以 20 元/支的售价出售，每日预估销量为 30 支。如果售价每降低 1 元/件，日销量会增加 20 支。如果商店想每天该钢笔的总利润达到 560 元，应将售价设定为多少元/支？

例 5：某聚会有若干人参加，每两人互相握一次手，最终握了 66 次手，问共有多少人参加了聚会？

例 6：某聚会有若干人参加，聚会结束后，每人给其余每人各发了一条短信，所有人发出的短信共计 132 条，问共有多少人参加了聚会？

例 7：如图，某校准备建造一个长 40 米、宽 32 米的矩形花圃，并在花圃横、纵向各建一条小路，两条小路的宽相等，如果要使去掉小路后的花圃的面积有 1140 平方米，问小路的宽应为多少？



L9 - 基础篇第 5 讲 - 二次函数的图象和性质（一）

例 1：判断下列函数是否是二次函数：

- (1) $y = x^2 + \frac{1}{x}$;
 (2) $y = 2x^2 + 1$;
 (3) $y = 2x^2 - (2x - 1)(x + 1)$;
 (4) $y = ax^2 + 2x$ 。

例 2：若函数 $y = (m^2 - 9)x^3 + (m - 3)x^{m^2 + 4m + 5} + (m + 3)x + 5$ 是关于 x 的二次函数，求实数 m 的值。

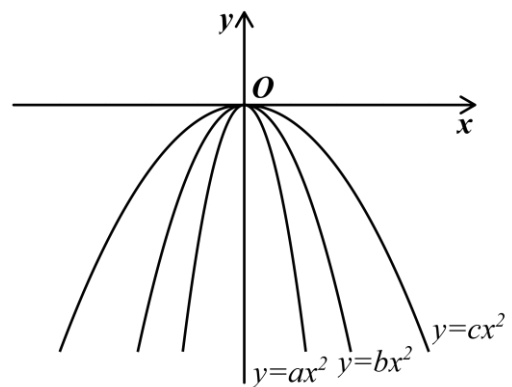
例 3：已知抛物线 $y = ax^2$ 图象上一点 $(3, 27)$ ，则 $a =$ _____，该抛物线开口向 _____，顶点坐标是 _____，图象的对称轴是 _____，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而 _____。

例 4：已知点 $P(-3, y_1)$ 及点 $Q(2, y_2)$ 都在二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

- A: $y_1 > y_2$ B: $y_1 < y_2$ C: $y_1 = y_2$ D: 无法确定

例 5：二次函数 $y = ax^2$, $y = bx^2$ 和 $y = cx^2$ 在同一个坐标系的图象如图所示，则 ()

- A: $a > b > c$
 B: $c > b > a$
 C: $b > a > c$
 D: $a > c > b$



例 6：已知矩形 $ABCD$ 四个顶点坐标分别为 $A(1, 1)$, $B(5, 1)$, $C(5, 8)$, $D(1, 8)$ ，且抛物线 $y = ax^2$ 与矩形有公共点，求实数 a 的取值范围。

例 7：如图，在 $y = 2x^2$ 图象上有两点 $A(-1, y_1), B(2, y_2)$ ，直线 AB 与 y 轴交于点 C ， O 是坐标原点。

(1) 求点 C 的坐标及 $\triangle AOB$ 的面积；

(2) $y = 2x^2$ 图象上存在多少个不同的点 P ，使 $\triangle PAB$ 的面积等于 $\triangle OAB$ 的面积的一半？
(直接写出结论即可)

