

L8 - 拓展篇第 7 讲 - 整式与分式

例 1: 化简分式: $\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{x^2+7x+12}$ 。

例 2: 设 $g(x) = 3x^2 - 2x + 1$, $f(x) = x^3 - 3x^2 - x - 1$, 求用 $g(x)$ 去除 $f(x)$ 所得的商 $q(x)$ 及其余式 $r(x)$ 。

例 3: 已知 $x^2 + xy + y = 14$, $y^2 + xy + x = 28$, 求 $x + y$ 的值。

例 4: 已知 $x + y + z = 3a$, 求 $\frac{(x-a)(y-a)+(y-a)(z-a)+(z-a)(x-a)}{(x-a)^2+(y-a)^2+(z-a)^2}$ 的值, 其中 $a \neq 0$, 且 x, y, z 不全相等。

例 5: 已知 $a = 2024x + 2025$, $b = 2024x + 2026$, $c = 2024x + 2027$, 求多项式 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 的值。

例 6: 已知 $a + b + c = 0$, 求证: $2(a^4 + b^4 + c^4) = (a^2 + b^2 + c^2)^2$ 。

例 7: 已知 $x + y = 1$, $x^2 + y^2 = 2$, 求 $x^7 + y^7$ 的值。

例 8: 已知 $(3x - 1)^7 = a_7x^7 + a_6x^6 + \cdots + a_1x + a_0$, 求 $a_7 + a_6 + \cdots + a_1 + a_0$ 的值。