

习题 L8-06：全等三角形基础（一）

参考答案与试题解析

1. 全等图形是指两个图形()

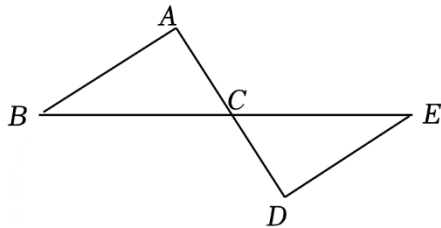
- A. 面积相等 B. 形状一样 C. 能完全重合 D. 周长相同

【答案】C

2. 半径相等的两个圆是全等图形吗？你是怎样知道的？

【答案】是全等图形。半径相等的两个圆大小和形状都一样，能够完全重合，它们是全等图形。

3. 在如图所示的两个全等三角形中， BC 与 EC 是对应边， $\angle B$ 与 $\angle E$ 是对应角，则以下结论中，错误的是()

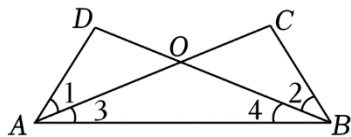


- A. $AB = DE$ B. $AC = DC$ C. $\angle A = \angle D$ D. $\angle ACB = \angle CDE$

【答案】D

4. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，以下判断正确的是()

- ① $\angle 1 = \angle 2$
② $\angle 3 = \angle 4$
③ $\angle DOA = \angle COB$
④ $OD = OC$

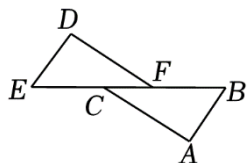


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】D

5. 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，点 B, F, C, E 在同一条直线上，若 $CE = 3$ ，则

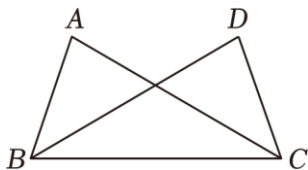
BF 的长为()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

【答案】 C

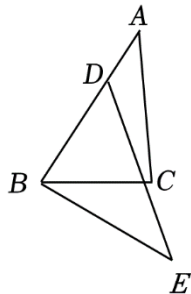
6. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 其中 AC 与 DB 是对应边, 那么 $\angle BAC$ 的对应角是()



- A. $\angle ABD$ B. $\angle ACB$ C. $\angle BDC$ D. $\angle CDB$

【答案】 D

7. 如图, 已知 $\triangle DBE \cong \triangle BCA$, $\angle DBE = \angle ACB = 85^\circ$, $\angle BDE = 55^\circ$, 则 $\angle EBC$ 的度数等于()



- A. 30° B. 25° C. 35° D. 40°

【答案】 A

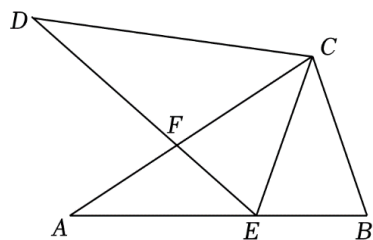
【分析】 $\because \triangle DBE \cong \triangle BCA$, $\angle BDE = 55^\circ$,

$$\therefore \angle CBA = \angle BDE = 55^\circ,$$

$$\because \angle DBE = 85^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle DBE - \angle CBA = 30^\circ,$$

8. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, 点 E 在 AB 上, AC 与 DE 相交于点 F , $\angle BCE = 30^\circ$. 则 $\angle CED$ 的度数为()



A. 30°

B. 40°

C. 60°

D. 75°

【答案】 D

【分析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEC$,

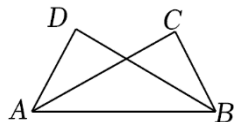
$\therefore BC = EC$, $\angle CED = \angle B$,

$\therefore \angle CEB = \angle B$, $\because \angle BCE = 30^\circ$,

$\therefore \angle CEB = \angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$,

$\therefore \angle CED = \angle B = 75^\circ$,

9. 如图, $AD = BC$, $BD = AC$. 求证: $\triangle ABD \cong \triangle BAC$.

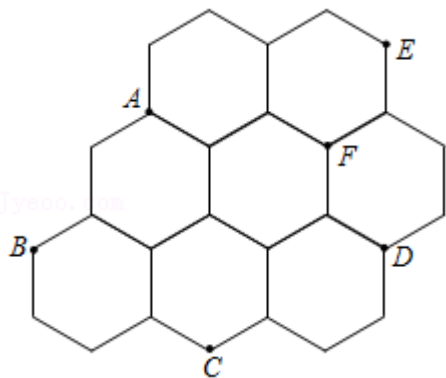


【分析】 证明: 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \\ AB = BA, \\ BD = AC \end{cases}$$

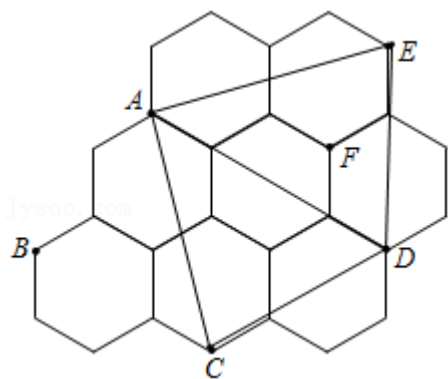
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BAC (SSS)$.

10. 如图, 8 个全等的正六边形紧密排列在同一平面上, 根据图中标示的各点位置, 在 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BCF$ 、 $\triangle ACF$ 中, 能与 $\triangle ACD$ 全等的三角形是 _____.



【答案】 $\triangle AED$.

【分析】根据图形可知 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ADE$ 全等，



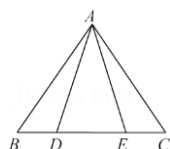
$\therefore$ 根据图形可知 $AD = AD$ ， $AE = AC$ ， $DE = DC$ ，

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle AED$ 中，

$$\begin{cases} AD = AD \\ AE = AC, \\ DE = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED (SSS)$ ，

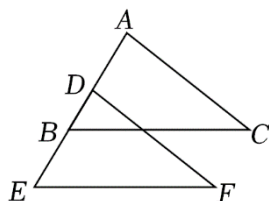
11. 如图，已知 $AB = AC$ ， $AE = AD$ ，点 B ， D ， E ， C 在同一条直线上，要利用“SSS”推理得出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，还需要添加的一个条件可以是()



- A. $BD = DE$ B. $BD = CE$ C. $DE = CE$ D. 以上都不对

【答案】B

12. 如图，点 A ， D ， B ， E 在同一条直线上，且 $AD = BE$ ，已知 $AC = DF$ ， $BC = EF$ 。若 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle E = 60^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为()



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【答案】C

【分析】 $\because AD = BE$ ，

$$\therefore AD + BD = BE + BD ,$$

$$\therefore AB = DE ,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE \\ BC = EF , \\ AC = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SSS) ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle E = 60^\circ ,$$

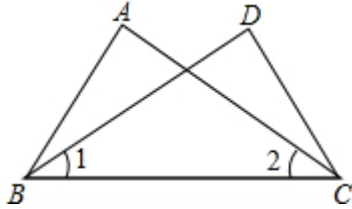
$$\because \angle A = 70^\circ ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ .$$

习题 L8-07：全等三角形基础（二）

参考答案与试题解析

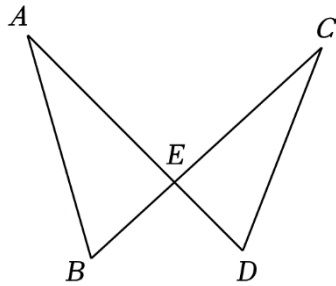
1. 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ，则下列条件中，不能使 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 成立的是 ()



- A. $AB = CD$ B. $AC = BD$ C. $\angle A = \angle D$ D. $\angle ABC = \angle DCB$

【答案】A

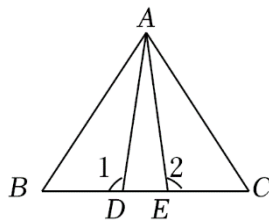
2. 如图， AD 和 CB 相交于点 E ， $BE = DE$ ，请添加一个条件，使 $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ ，下列不正确的是 ()



- A. $\angle B = \angle D$ B. $\angle A = \angle C$ C. $AB = CD$ D. $AE = CE$

【答案】C

3. 如图，点 B, D, E, C 在同一直线上， $\angle B = \angle C$ ， $BE = CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证：
 $\triangle ADB \cong \triangle AEC$ 。



【分析】证明： $\because BE = CD$ ，

$$\therefore BE - DE = CD - DE,$$

$$\therefore BD = CE,$$

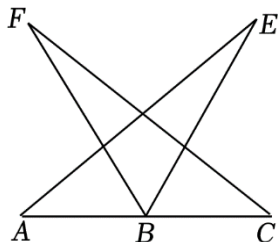
在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEC$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ BD = CE, \\ \angle 1 = \angle 2 \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC (ASA)$.

4. 如图，点 B 为 AC 的中点， $BE = BF$ ， BF ， BE 分别平分 $\angle ABE$ 和 $\angle FBC$ ，求证：

$\triangle ABE \cong \triangle CBF$.



【分析】证明： $\because BF$ 、 BE 分别平分 $\angle ABE$ 和 $\angle FBC$ ，

$\therefore \angle ABF = \angle EBF$ ， $\angle EBF = \angle EBC$ ，

$\therefore \angle ABF = \angle EBF = \angle EBF = \angle EBC$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle CBF$ ，

$\because$ 点 B 为 AC 的中点，

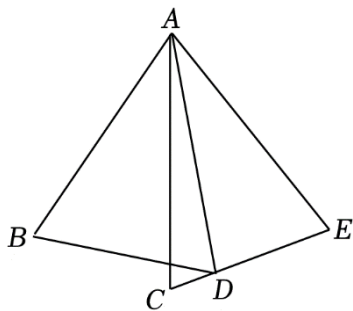
$\therefore AB = CB$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBF$ 中，

$$\begin{cases} AB = CB \\ \angle ABE = \angle CBF, \\ BE = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF (SAS)$.

5. 如图， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ 。求证： $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。



【分析】证明： $\because \angle BAC = \angle DAE$ ，

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD$ ，

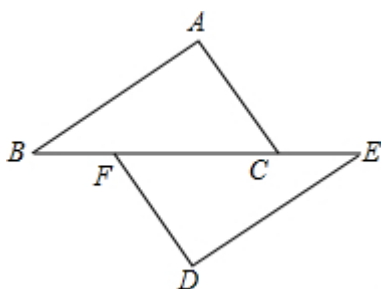
即 $\angle BAD = \angle EAC$,

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle EAC , \\ AE = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (SAS)$.

6. 如图, 点 B 、 F 、 C 、 E 在一条直线上, $AB \parallel ED$, $AC \parallel FD$, 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是()



A. $AB = DE$

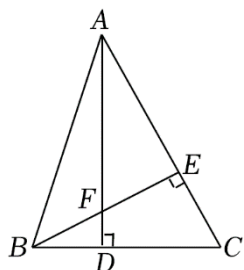
B. $AC = DF$

C. $\angle A = \angle D$

D. $BF = EC$

【答案】 C

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, $AE = BE$. 求证: $\triangle BCE \cong \triangle AFE$.



【分析】证明: $\because AD \perp BC$, $BE \perp AC$,

$$\therefore \angle AEB = \angle BEC = \angle ADC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle FAE + \angle C = 90^\circ , \quad \angle FAE + \angle AFE = 90^\circ ,$$

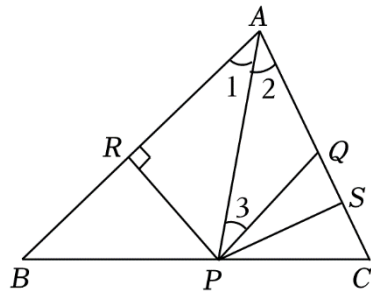
$$\therefore \angle C = \angle AFE ,$$

$$\because AE = BE ,$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle AFE (AAS) .$$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AQ = PQ$, $PR = PS$, $PR \perp AB$ 于点 R , $PS \perp AC$ 于点 S , 则

以下三个结论: ① $AS = AR$; ② $QP \parallel AR$; ③ $\triangle BRP \cong \triangle QSP$ 中, 正确的有 _____ .



【答案】①②.

【分析】 $\because PR \perp AB$ 于 R ， $PS \perp AC$ 于 S ，

$\therefore \angle ARP = \angle ASP = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle APR$ 和 $\text{Rt}\triangle APS$ 中，

$$\begin{cases} AP = AP \\ PR = PS \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle APR \cong \text{Rt}\triangle APS(\text{HL})$ ，

$\therefore AS = AR$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，故①正确，

$\because AQ = PQ$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ ，

$\therefore PQ \parallel AR$ ，故②正确，

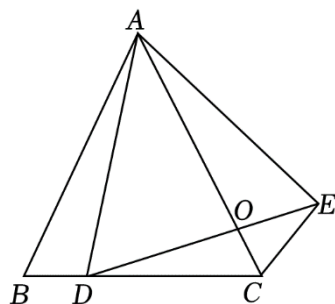
在 $\triangle BRP$ 和 $\triangle CSP$ 中，只有一个角，一条边相等无法证明全等．故③错误，

故答案为：①②.

习题 L8-08：全等三角形综合

参考答案与试题解析

1. 如图，在 $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ， D 为 BC 上的一点， $\angle BAD = 25^\circ$ ，在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$ ，使得 $AE = AD$ ， $\angle DAE = \angle BAC$ ，连接 CE 、 DE ， DE 交 AC 于点 O ，若 $CE \parallel AB$ ，则 $\angle CED$ 的度数为()

A. 25° B. 30° C. 35° D. 40°

【答案】C

【分析】解： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle B,$$

$$\because \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle DAE - \angle CAD = \angle BAC - \angle CAD,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle BAD,$$

在 $\triangle CAE$ 和 $\triangle BAD$ 中，

$$\begin{cases} AC = AB \\ \angle CAE = \angle BAD, \\ AE = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAE \cong \triangle BAD(SAS),$$

$$\therefore \angle ACE = \angle B,$$

$$\because CE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB + \angle ACE = 180^\circ,$$

$$\therefore 3\angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

 $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle DAE = \angle BAC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle AED = 60^\circ,$$

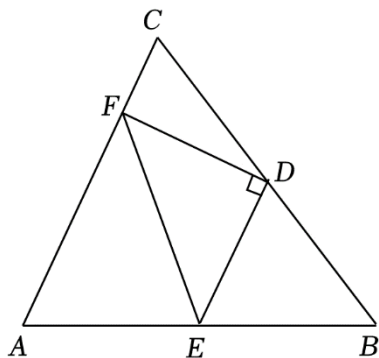
$$\because \angle BAE + \angle AEC = 180^\circ, \quad \angle BAD = 25^\circ,$$

$$\therefore 25^\circ + 60^\circ + 60^\circ + \angle CED = 180^\circ,$$

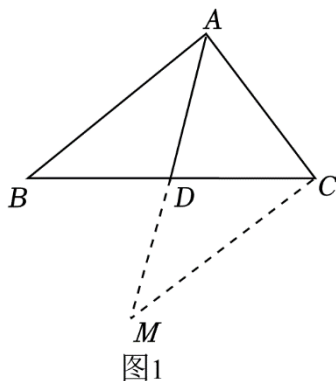
$$\therefore \angle CED = 35^\circ,$$

2. (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=10$, $AC=6$, 求 BC 边上的中线 AD 的取值范围.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, $DE \perp DF$ 于点 D , DE 交 AB 于点 E , DF 交 AC 于点 F , 连接 EF , 求证: $EB+CF > EF$.



【分析】(1) 解: 如图 1, 延长 AD 至 M , 使 $DM = AD$, 连接 CM ,



$$\therefore AM = 2AD,$$

$\because AD$ 是 BC 边上的中线,

$$\therefore BD = CD,$$

在 $\triangle CDM$ 和 $\triangle BDA$ 中,

$$\begin{cases} CD = BD \\ \angle CDM = \angle BDA, \\ DM = DA \end{cases}$$

$$\therefore \Delta CDM \cong \Delta BDA(SAS) ,$$
$$\therefore CM = AB = 10 ,$$

在 $\triangle ACM$ 中, 由三角形的三边关系得: $CM - AC < AM < CM + AC$,

$$\therefore 10 - 6 < AM < 10 + 6 ,$$

即 $4 < 2AD < 16$,

$$\therefore 2 < AD < 8;$$

即 BC 边上的中线 AD 的取值范围是 $2 < AD < 8$;

(2) 证明: 如图 2, 延长 FD 至 N , 使 $DN = DF$, 连接 BN 、 EN ,

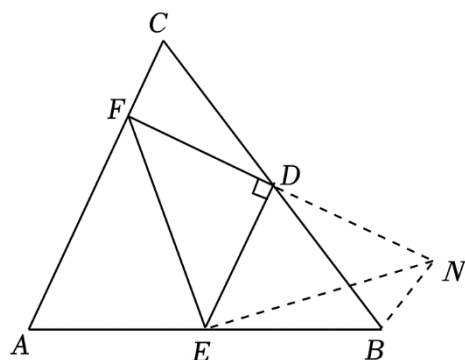


图2

同 (1) 得: $\triangle CDF \cong \triangle BDN(SAS)$,

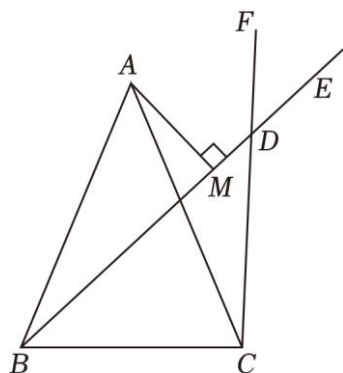
$$\therefore CF = BN \text{ ,}$$

在 $\triangle BEN$ 中，由三角形的三边关系得： $EB + BN > EN$ ，

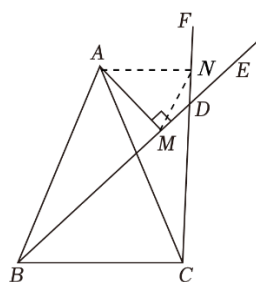
$$\therefore EB + CF > EN ,$$
$$\because DE \perp DF, \quad DN = DF,$$
$$\therefore EF = EN \text{ ,}$$
$$\therefore EB + CF > EF \text{ .}$$

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 过点 B 作射线 BE , 过点 C 作射线 CF , 使 $\angle ABE=\angle ACF$, 且射线 BE 、 CF 交于点 D , 过点 A 作 $AM \perp BD$ 于点 M . 求证:

$$BM = DM + DC \text{ .}$$



【分析】



证明：如图，过点 A 作 $AN \perp CF$ ，垂足为点 N ，连接 MN ，

$$\therefore \angle ANC = 90^\circ,$$

$$\because AM \perp BD,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle AMD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle AMD = \angle ANC,$$

在 $\triangle AMB$ 与 $\triangle ANC$ 中，

$$\begin{cases} \angle AMB = \angle ANC = 90^\circ \\ \angle ABM = \angle ACN \\ AB = AC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AMB \cong \triangle ANC (AAS),$$

$$\therefore BM = CN, \quad AM = AN,$$

$$\therefore \angle AMN = \angle ANM,$$

$$\therefore \angle AMD - \angle AMN = \angle AND - \angle ANM,$$

$$\therefore \angle DMN = \angle DNM,$$

$$\therefore DN = DM,$$

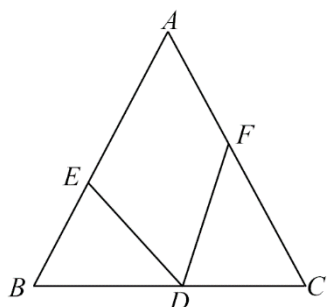
$$\therefore CN = DN + DC,$$

$$\therefore BM = DM + DC.$$

4. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $\angle C = \angle B = \angle EDF = 50^\circ$ ， $DE = DF$ ，求证：

(1) $\triangle BED \cong \triangle CDF$;

(2) $BC = BE + CF$.



【分析】证明：(1) $\because \angle C = \angle B = \angle EDF = 50^\circ$,

$\therefore \angle BED = 180^\circ - \angle B - \angle BDE = 130^\circ - \angle BDE$, $\angle CDF = 180^\circ - \angle EDF - \angle BDE = 130^\circ - \angle BDE$,

$\angle BED = \angle CDF$,

在 $\triangle BED$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle BED = \angle CDF , \\ DE = FD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BED \cong \triangle CDF (AAS)$.

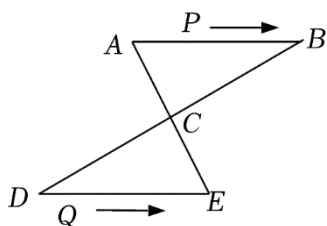
(2) $\because BE = CD$, $BD = CF$,

$\therefore BC = CD + BD = BE + CF$.

5. 如图, AE 与 BD 相交于点 C , $AC = EC$, $BC = DC$, $AB = 4cm$, 点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow B \rightarrow A$ 方向以 $5cm/s$ 的速度运动, 点 Q 从点 D 出发, 沿 $D \rightarrow E$ 方向以 $2cm/s$ 的速度运动, P 、 Q 两点同时出发, 当点 P 到达点 A 时, P 、 Q 两点同时停止运动. 设点 P 的运动时间为 $t(s)$.

(1) AB 与 DE 有什么关系? 请说明理由.

(2) 连接 PQ , 当线段 PQ 经过点 C 时, t 的值为 _____.



【答案】(1) $AB = ED$, $AB \parallel DE$;

(2) $\frac{4}{7}$ 或 $\frac{4}{3}$.

【分析】解：(1) $AB=ED$ ， $AB//DE$ ，理由如下：

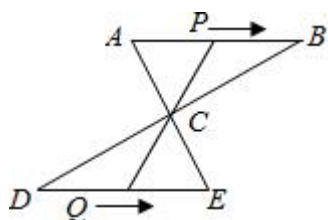
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中，

$$\begin{cases} AC=EC \\ \angle ACB=\angle ECD, \\ BC=DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC(SAS)$ ，

$\therefore AB=ED$ ， $\angle A=\angle E$ ，

$\therefore AB//DE$ ；



(2) 当 $0 \leq t \leq \frac{4}{5}$ 时， $AP=5t$ cm，

当 $\frac{4}{5} < t \leq \frac{8}{5}$ 时， $BP=(5t-4)$ cm，

$\therefore AP=4-(5t-4)=(8-5t)$ cm，

$DQ=2t$ cm， $EQ=(4-2t)$ cm，

由 (1) 得： $\angle A=\angle E$ ， $ED=AB=4$ cm，

在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ECQ$ 中，

$$\begin{cases} \angle A=\angle E \\ AC=EC \\ \angle ACP=\angle ECQ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACP \cong \triangle ECQ(ASA)$ ，

$\therefore AP=EQ$ ，

当 $0 \leq t \leq \frac{4}{5}$ 时， $5t=4-2t$ ，

解得： $t=\frac{4}{7}$ ；

当 $\frac{4}{5} < t \leq \frac{8}{5}$ 时， $8 - 5t = 4 - 2t$ ，

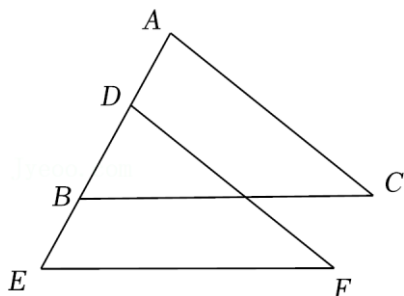
解得： $t = \frac{4}{3}$ ；

综上所述，当线段 PQ 经过点 C 时， t 的值为 $\frac{4}{7}$ 或 $\frac{4}{3}$ 。

习题 L8-09：全等三角形与图形变换

参考答案与试题解析

1. 如图： $AD = BE$ ， $AC = DF$ ， $AC \parallel DF$ ．求证： $\angle C = \angle F$ ．



【分析】证明： $\because AC \parallel DF$ ，

$\therefore \angle A = \angle EDF$ ，

$\because AD = BE$ ，

$\therefore AB = DE$ ，

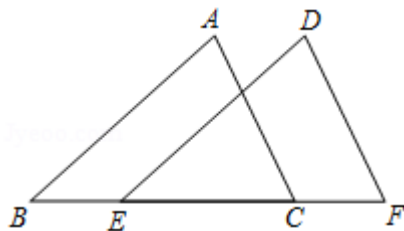
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle A = \angle EDF, \\ AC = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SAS)$ ，

$\therefore \angle C = \angle F$ ．

2. 如图，点 B ， C ， E ， F 在同一直线上， $BE = CF$ ， $AB \parallel DE$ ， $AC \parallel DF$ ，
求证： $AC = DF$ ．



【分析】证明： $\because BE = CF$ ，

$\therefore BE + EC = CF + EC$ ，

即 $BC = EF$ ，

$\because AB \parallel DE$ ， $AC \parallel DF$ ，

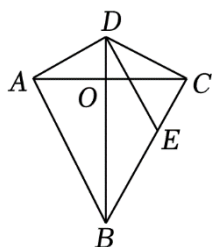
$$\therefore \angle B = \angle DEF, \quad \angle ACB = \angle F,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DEF \text{ 中, } \begin{cases} \angle B = \angle DEF \\ BC = EF \\ \angle ACB = \angle F \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (ASA),$$

$$\therefore AC = DF.$$

3. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD = CD$, $AB = CB$, $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E , $BC = 10$, $CE = 4$, 则 DE 的长 _____.



【答案】 6.

【分析】 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中,

$$\begin{cases} AD = CD \\ AB = CB, \\ BD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD (SSS),$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle EBD,$$

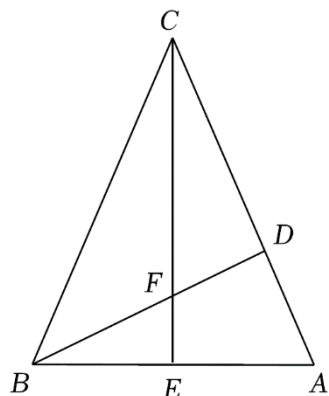
$$\therefore DE = BE,$$

$$\because BC = 10, \quad CE = 4,$$

$$\therefore BE = BC - CE = 10 - 4 = 6,$$

$$\therefore DE = 6.$$

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = AC$, $CE \perp AB$ 于点 E , $BD \perp AC$ 于点 D , 交 CE 于点 F , 且 $BD = CD$. 若 $CF = 4$, 则 BE 的值为()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 B

【分析】 $\because CE \perp AB$ 于点 E ， $BD \perp AC$ 于点 D ，

$\therefore \angle ADB = \angle FDC = \angle AEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle FCD = 90^\circ - \angle A$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle FCD$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle FCD \\ BD = CD \\ \angle ADB = \angle FDC \end{cases},$$

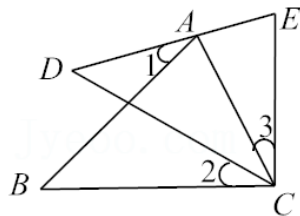
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle FCD (ASA)$ ，

$\therefore BA = CF = 4$ ，

$\because BC = AC$ ， $CE \perp AB$ 于点 E ，

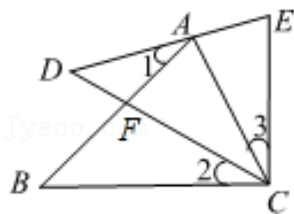
$\therefore BE = AE = \frac{1}{2}BA = 2$ ．

5. 如图，点 A 在 DE 上， $AC = EC$ ， $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ， 则 $DE =$ _____．（填线段）



【答案】 AB ．

【分析】 设 AB 与 CD 交于点 F ， 如图：



$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle ACD = \angle 3 + \angle ACD,$$

$$\text{即 } \angle ACB = \angle ECD,$$

$$\text{又 } \because \angle AFC = \angle 1 + \angle D = \angle 2 + \angle B, \quad \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle D = \angle B,$$

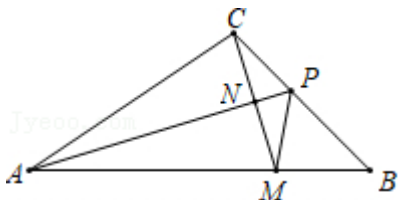
在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle ACB = \angle ECD, \\ AC = EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle ECD (\text{AAS}),$$

$$\therefore AB = DE.$$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 过点 A 作 $\angle BAC$ 的角平分线交 BC 于 P , $CM \perp AP$ 于 N . 若 $\angle CAB = 30^\circ$, $\angle B = 55^\circ$, 则 $\angle BPM =$ _____.



【答案】 40° .

【分析】 $\because AP$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线,

$$\therefore \angle MAP = \angle CAP = \frac{1}{2} \angle CAB = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ,$$

$$\because CM \perp AP,$$

$$\therefore \angle ANC = \angle ANM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACN = \angle AMN = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ,$$

$$\because \angle B = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle MCB = \angle AMN - \angle B = 75^\circ - 55^\circ = 20^\circ,$$

在 $\triangle ACN$ 和 $\triangle AMN$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAN = \angle MAN \\ AN = AN \\ \angle CNA = \angle MNA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACN \cong \triangle AMN (ASA),$$

$$\therefore CN = MN,$$

$$\therefore PC = PM,$$

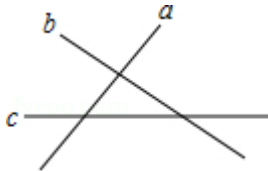
$$\therefore \angle PMC = \angle PCM = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle BPM = \angle PMC + \angle PCM = 40^\circ.$$

习题 L8-10：角的平分线的性质

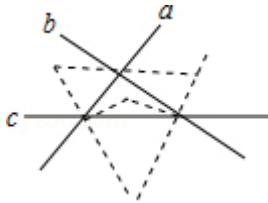
参考答案与试题解析

1. 随着人们生活水平的不断提高，汽车逐步进入到千家万户，小红的爸爸想在本镇的两条相互交叉的公路（如图所示），建一个加油站，要求它到三条公路的距离相等，这样可供选择的地址有_____处。

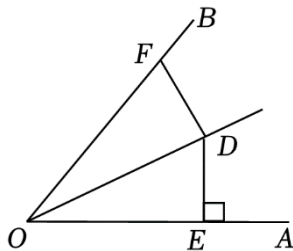


【分析】如图所示，加油站站的地址有四处，

故答案为：4.



2. 如图， OD 平分 $\angle AOB$ ， $DE \perp AO$ 于点 E ， $DE = 5$ ， F 是射线 OB 上的任意一点，则 DF 的长度不可能是()



A. 4

B. 5

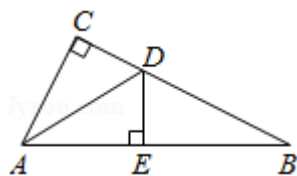
C. 5.5

D. 6

【答案】A

【分析】先根据垂线段最短可得当 $DF \perp OB$ 时， DF 的值最小，然后再根据角平分线的性质可得 $DF = DE = 5$ ，从而可得 DF 的最小值为 5.

3. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D ， $DE \perp AB$ 于点 E . 若 $CD = 2$ ， $AB = 5$ ，则 $\triangle ABD$ 的面积为()



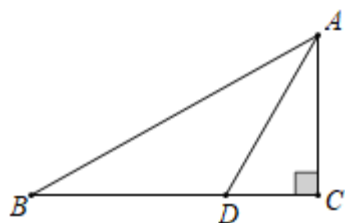
- A. 2.5 B. 5 C. 10 D. 20

【分析】 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $DE \perp AB$ ，

$\therefore DE = CD = 2$ ，

$\therefore \triangle ABD$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times AB \times DE = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$ ．

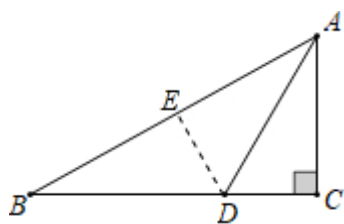
4. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ，若 $AB = 8$ ， $\triangle ABD$ 的面积为 12，则 CD 的长为()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

【答案】B

【分析】



作 $DE \perp AB$ 于 E ，

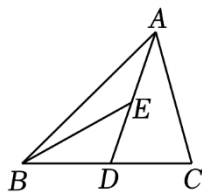
则 $\frac{1}{2} \times AB \times DE = 12$ ，即 $\frac{1}{2} \times 8 \times DE = 12$ ，

解得， $DE = 3$ ，

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $DE \perp AB$ ，

$\therefore CD = DE = 3$ ．

5. 如图， $\triangle ABC$ 中， AD 是角平分线， BE 是 $\triangle ABD$ 中的中线，若 $\triangle ABC$ 的面积是 24， $AB = 5$ ， $AC = 3$ ，则 $\triangle ABE$ 的面积是()



A. 15

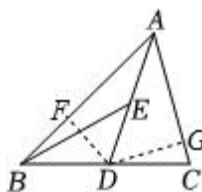
B. 12

C. 7.5

D. 6

【答案】C

【分析】过点D作 $DF \perp AB$ ，垂足为F，过点D作 $DG \perp AC$ ，垂足为G，



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $DF \perp AB$ ， $DG \perp AC$ ，

$\therefore DF = DG$ ，

$\because AB = 5$ ， $AC = 3$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot DF}{\frac{1}{2}AC \cdot DG} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3},$$

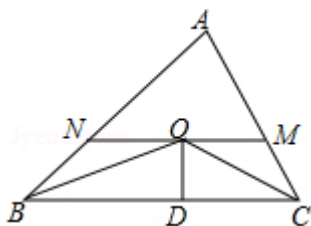
$\because \triangle ABC$ 的面积是 24，

$\therefore \triangle ABD$ 的面积 $= \frac{5}{8} \triangle ABC$ 的面积 $= 15$ ，

$\because BE$ 是 $\triangle ABD$ 中的中线，

$\therefore \triangle ABE$ 的面积 $= \frac{1}{2} \triangle ABD$ 的面积 $= 7.5$ 。

6. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，O 是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线的交点， $OD \perp BC$ 于 D， $\triangle ABC$ 的周长为 20， $OD = 5$ ，那么 $\triangle ABC$ 的面积为()



A. 100

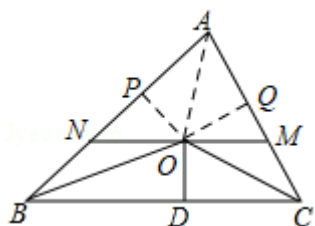
B. 50

C. 25

D. 300

【答案】B

【分析】



如图，过点 O 作 $OP \perp AB$ 于 P ， $OQ \perp AC$ 于 Q ，连接 OA ，

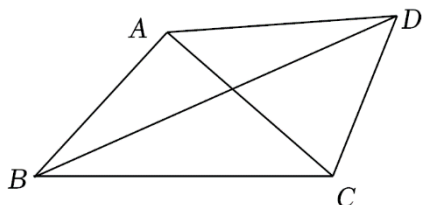
$\therefore$ 点 O 是 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 平分线的交点，

$\therefore OP = OD$ ， $OQ = OD$ ，

即 $OP = OQ = OD = 5$ ，

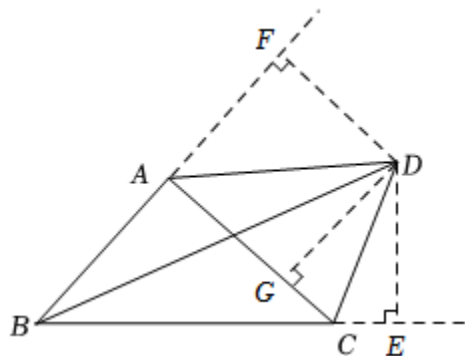
$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BCO} + S_{\triangle ACO} = \frac{1}{2}AB \cdot OP + \frac{1}{2}BC \cdot OD + \frac{1}{2}AC \cdot OQ \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times (AB + BC + AC) = \frac{1}{2} \times 5 \times 20 = 50 \end{aligned}$$

7. 如图， AC 、 BD 是四边形 $ABCD$ 的对角线， BD 平分 $\angle ABC$ ， $2\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$ ，已知 $\angle CAD = 43^\circ$ ，则 $\angle BDC =$ _____.



【答案】 47° .

【分析】

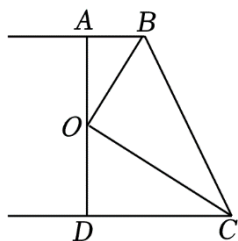


如图所示，过 D 作 $DE \perp BC$ 于 E ， $DF \perp AB$ 于 F ， $DG \perp AC$ 于 G ，

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$ ， $DE \perp BC$ ， $DF \perp AB$ ，

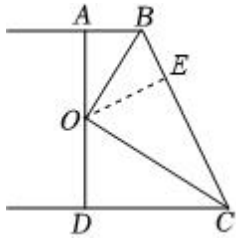
$$\begin{aligned}
 &\therefore DF = DE, \\
 &\because 2\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC, \quad \angle ACE = \angle ABC + \angle BAC, \\
 &\therefore \angle ACE = 2\angle ACD, \\
 &\therefore CD \text{ 平分 } \angle ACE, \\
 &\text{又} \because DE \perp BC, \quad DG \perp AC, \\
 &\therefore DE = DG, \\
 &\therefore DF = DG, \\
 &\text{又} \because DF \perp AB, \quad DG \perp AC, \\
 &\therefore AD \text{ 平分 } \angle CAF, \\
 &\because \angle CAD = 43^\circ, \\
 &\therefore \angle CAF = 86^\circ, \quad \angle BAC = 94^\circ, \\
 &\because \angle DCE \text{ 是 } \triangle BCD \text{ 的外角}, \quad \angle ACE \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的外角}, \\
 &\therefore \angle BDC = \angle DCE - \angle DBC \\
 &= \frac{1}{2}\angle ACE - \frac{1}{2}\angle ABC \\
 &= \frac{1}{2}(\angle ACE - \angle ABC) \\
 &= \frac{1}{2}\angle BAC \\
 &= \frac{1}{2} \times 94^\circ \\
 &= 47^\circ.
 \end{aligned}$$

8. 如图, $AB \parallel CD$, BO 和 CO 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$, AD 过点 O , 且 $AD \perp CD$. 若 $AD = 6$, 则点 O 到 BC 的距离是 _____.



【答案】 3.

【分析】 过点 O 作 $OE \perp BC$, 垂足为 E ,



$\because AB \parallel CD, AD \perp CD,$

$\therefore DA \perp AB,$

$\because BO$ 平分 $\angle ABC, OE \perp BC, OA \perp AB,$

$\therefore OA = OE,$

$\because CO$ 平分 $\angle BCD, OD \perp DC, OE \perp CB,$

$\therefore OD = OE,$

$\therefore OD = OA = OE = \frac{1}{2}AD = 3,$

$\therefore$ 点 O 到 BC 的距离是 3。