L8 拓展篇第 3 讲—因式分解（一）

参考答案与试题解析

1．分解因式

(1) $32a^3b^3-4b^9$

(2) $8a^3b^3c^3-1$

(3) $64x^6y^3+y^{15}$

(4) $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$

(5) $x^2+9y^2+4z^2-6xy+4xz-12yz$

(6) $(p+q)^3-3(p+q)^2(p-q)+3(p+q)(p-q)^2-(p-q)^3$

【答案】

⑴$4b^3(2a-b^2)(4a^2+2ab^2+b^4)$

⑵$(2abc-1)(4a^2b^2c^2+2abc+1)$

⑶$y^3(4x^2+y^4)(16x^4-4x^2y^4+y^8)$

⑷$(a+b-c)^2$

⑸$(x-3y+2z)^2$

⑹$8q^3$

【分析】

⑴ 原式 $=4b^3(8a^3-b^6)$

$=4b^3(2a-b^2)(4a^2+2ab^2+b^4)$

⑵ 原式 $=(2abc-1)(4a^2b^2c^2+2abc+1)$

⑶ 原式 $=y^3(64x^6+y^{12})$

$=y^3(4x^2+y^4)(16x^4-4x^2y^4+y^8)$

⑷ 原式 $=(a^2+2ab+b^2)-2c(a+b)+c^2$

$=(a+b-c)^2$

(5) 原式 $=(x^2-6xy+9y^2)+4z(x-3y)+4z^2$

$=(x-3y+2z)^2$

(6) 原式 $=[(p+q)-(p-q)]^3$

$=8q^3$

2．分解因式

(1) $x^4+x^3+x^2-1$

(2) $abx^2+bxy-axy-y^2$

(3) $2(x^2-3ab)+x(4a-3b)$

(4) $x^3+y^3+x^2+2xy+y^2$

(5) $a^4+a^3b-ab^3-b^4$

(6) $ax(y^3+b^3)+by(bx^2+a^2y)$

【答案】

(1)$(x+1)(x^3+x-1)$

(2)$(ax+y)(bx-y)$

(3)$(x+2a)(2x-3b)$

(4)$(x+y)(x^2-xy+y^2+x+y)$

(5)$(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)$

(6)$(ay^2+b^2x)(xy+ab)$

【分析】

(1) 原式 $=(x^4+x^3)+(x^2-1)$

$=x^3(x+1)+(x+1)(x-1)$

$=(x+1)(x^3+x-1)$

(2) 原式 $=(abx^2+bxy)-(axy+y^2)$

$=bx(ax+y)-y(ax+y)$

$=(ax+y)(bx-y)$

(3) 原式 $= 2x^2 - 6ab + 4ax - 3bx$

$= (2x^2 + 4ax) - (6ab + 3bx)$

$= 2x(x + 2a) - 3b(2a + x)$

$= (x + 2a)(2x - 3b)$

(4) 原式 $= (x^3 + y^3) + (x^2 + 2xy + y^2)$

$= (x + y)(x^2 - xy + y^2) + (x + y)^2$

$= (x + y)(x^2 - xy + y^2 + x + y)$

(5) 原式 $= (a^4 + a^3b) - (ab^3 + b^4)$

$= a^3(a + b) - b^3(a + b)$

$= (a + b)(a^3 - b^3)$

$= (a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

(6) 原式 $= axy^3 + ab^3x + b^2x^2y + a^2by^2$

$= (axy^3 + b^2x^2y) + (ab^3x + a^2by^2)$

$= xy(ay^2 + b^2x) + ab(b^2x + ay^2)$

$= (ay^2 + b^2x)(xy + ab)$

3．分解因式

(1) $x^4 - 3x^2 + 1$

(2) $x^4 - 23x^2 + 1$

(3) $-14x^2y^2 + x^4 + y^4$

(4) $x^3(a+1) - xy(x - y)(a - b) + y^3(b+1)$

(5) $1 - 2ax - (c - a^2)x^2 + acx^3$

(6) $2x^3 - 4x^2y - x^2z + 2xy^2 + 2xyz - y^2z$

【答案】

(1) $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$

(2) $(x^2 + 5x + 1)(x^2 - 5x + 1)$

(3) $(x^2 + 4xy + y^2)(x^2 - 4xy + y^2)$

(4) $(x^2 - xy + y^2)(ax + by + x + y)$

(5) $(1 - ax)(1 - ax - cx^2)$

(6)$(x-y)^2(2x-z)$

【分析】

(1) 原式 $=(x^4-2x^2+1)-x^2$

$=(x^2-1)^2-x^2$

$=(x^2+x-1)(x^2-x-1)$

(2) 原式 $=(x^4+2x^2+1)-25x^2$

$=(x^2+1)^2-25x^2$

$=(x^2+5x+1)(x^2-5x+1)$

(3) 原式 $=(x^4+2x^2y^2+y^4)-16x^2y^2$

$=(x^2+y^2)^2-16x^2y^2$

$=(x^2+4xy+y^2)(x^2-4xy+y^2)$

(4) 原式 $=[ax^3-axy(x-y)]+(x^3+y^3)+[bxy(x-y)+by^3]$

$=ax(x^2-xy+y^2)+(x+y)(x^2-xy+y^2)+by(x^2-xy+y^2)$

$=(x^2-xy+y^2)(ax+by+x+y)$

(5) 原式 $=(1-2ax+a^2x^2)-(cx^2-acx^3)$

$=(1-ax)^2-cx^2(1-ax)$

$=(1-ax)(1-ax-cx^2)$

(6) 原式 $=(2x^3-4x^2y+2xy^2)-(x^2z-2xyz+y^2z)$

$=2x(x^2-2xy+y^2)-z(x^2-2xy+y^2)$

$=(x^2-2xy+y^2)(2x-z)$

$=(x-y)^2(2x-z)$