

1. B

【分析】本题考查轴对称图形，根据轴对称图形的定义，一个图形沿着一条直线折叠，直线两旁的部分能够相互重合，那么这个图形叫做轴对称图形，逐项判断即可。

【详解】解：A、该图形不是轴对称图形，故该选项不符合题意；

B、该图形是轴对称图形，故该选项符合题意；

C、该图形不是轴对称图形，故该选项不符合题意；

D、该图形不是轴对称图形，故该选项不符合题意；

故选：B.

2. D

【分析】本题考查了求算术平方根，根据算术平方根的计算方法计算即可得解，熟练掌握算术平方根的计算方法是解此题的关键。

【详解】解：7 的算术平方根是 $\sqrt{7}$ ，

故选：D.

3. D

【分析】本题主要考查了三角形高的定义，熟练掌握“从三角形的一个顶点向对边（或对边的延长线）作垂线，顶点和垂足之间的线段即为该边上的高”是解题的关键。

根据三角形高的定义，判断从顶点 A 向 BC 边（或其延长线）作垂线，垂足在 BC 边（或其延长线）上的图形。

【详解】解：A 选项：所作垂线不是从点 A 出发，故 A 项错误；

B 选项：所作垂线是从点 C 出发，不是从点 A 出发，故 B 项错误；

C 选项：所作垂线不是从点 A 出发，故 C 项错误；

D 选项：所作垂线是从点 A 出发，且垂足在 BC 的延长线上，符合 BC 边上高的定义，故 D 项正确

故选：D.

4. C

【分析】本题考查平方根的运算性质，包括除法、乘法、加法和完全平方公式。通过直接计算每个选项，判断其正确性。

【详解】选项 A： $\because \sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{8 \div 2} = \sqrt{4} = 2 \neq 4$ ， $\therefore$ A 错误；

选项 B： $\because (\sqrt{3}-1)^2 = 3-2\sqrt{3}+1=4-2\sqrt{3} \neq 2$ ， $\therefore$ B 错误；

选项 C： $\because \sqrt{6} \times \sqrt{2} = \sqrt{6 \times 2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ， $\therefore$ C 正确；

选项 D: $\because \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \neq \sqrt{10}$, $\therefore$ D 错误;

故选: C.

5. C

【分析】本题考查事件类型的判断, 包括不可能事件、随机事件和必然事件. 根据每个选项的描述, 分析事件是否一定发生、可能发生或不可能发生.

【详解】解: $\because$ 选项 A: 掷一枚质地均匀的硬币, 正面朝上可能发生, 是随机事件, 不是不可能事件, $\therefore$ A 错误.

$\because$ 选项 B: 今天是周一, 明天必是周二, 不可能是周三, 是不可能事件, 不是随机事件, $\therefore$ B 错误.

$\because$ 选项 C: 三个球放进两个盒子, 至少有一个盒子有球, 是必然事件, $\therefore$ C 正确.

$\because$ 选项 D: 对于任意实数 x , $|x| \geq 0$, $|x| < 0$ 永不成立, 是不可能事件, 不是随机事件, $\therefore$ D 错误.

故选: C.

6. B

【分析】本题考查了分式的基本性质, 通过分式的基本性质, 判断各选项是否能化简为 $\frac{b}{a}$ 即可.

【详解】解: $\because M = \frac{b}{a}$,

选项 B: $\frac{-2b}{-2a} = \frac{b}{a} = M$,

$\therefore$ 选项 B 与 M 的值相等.

对于选项 A、C、D, 均不可化简, 与 M 的值不相等,

故选: B.

7. A

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质、三角形外角的性质以及三角形内角和定理, 熟练掌握等腰三角形等边对等角的性质, 并用方程思想结合三角形内角和定理建立等式是解题的关键.

通过设未知数表示各角的度数, 利用等腰三角形等边对等角的性质, 结合三角形外角性质和内角和定理, 建立方程求解 $\angle C$ 的大小.

【详解】解: 设 $\angle C = x$,

$\because AC = CD$, $\angle C + \angle CAD + \angle CDA = 180^\circ$,

$\therefore \angle CAD = \angle CDA = \frac{180^\circ - x}{2}$,

$\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C = x$,

$\because BD = AD$,

$$\therefore \angle BAD = \angle B = x,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = x + \frac{180^\circ - x}{2},$$

$$\because \angle B + \angle C + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore x + x + x + \frac{180^\circ - x}{2} = 180^\circ,$$

解得 $x = 36^\circ$

故选：A.

8. A

【分析】本题主要考查了等腰直角三角形的性质、线段垂直平分线的性质与尺规作图，熟练掌握等腰直角三角形的边角关系以及线段垂直平分线的性质是解题的关键.

先根据作图得到 $AB = BD$ 以及 GF 垂直平分 CE ，从而推出 $GC = GE$ ， $DC = DE$ ， $GD \perp CE$ ；再结合等腰直角 $\triangle ABC$ 的性质得到 $\angle C = 45^\circ$ ，进而判断 $\triangle GDC$ 为等腰直角三角形，求出 CD 的长度；最后设

$AB = BD = x$ ，利用等腰直角三角形的边长关系 $BC = \sqrt{2}AB$ 建立方程，求解得到 BC 的长.

【详解】解： $\because$ 作图可知， $AB = BD$ ， GF 垂直平分 CE ，

$$\therefore DC = DE, \quad GD \perp CE, \quad \angle GDC = 90^\circ,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 是等腰直角三角形}, \quad \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = AB, \quad \angle C = 45^\circ,$$

$$\because \angle C = 45^\circ, \quad \angle GDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle GDC \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\because CG = \sqrt{2},$$

$$\therefore CD = \frac{\sqrt{2}}{2} CG = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,$$

$$\text{设 } AB = BD = x,$$

$$\text{则 } BC = BD + CD = x + 1,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore BC = \sqrt{2}AB,$$

$$\therefore x + 1 = \sqrt{2}x, \quad \text{解得 } x = \sqrt{2} + 1,$$

$$\therefore BC = (\sqrt{2} + 1) + 1 = \sqrt{2} + 2,$$

故选：A.

9. $x \geq -3$

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，解题关键是熟练掌握列不等式、解不等式.

根据二次根式有意义的条件，列出不等式求解.

【详解】解：∵ $\sqrt{x+3}$ 在实数范围内有意义，

$$\therefore x+3 \geq 0,$$

解得： $x \geq -3$ ，

故答案为： $x \geq -3$.

10. $\frac{1}{3}$

【分析】本题主要考查了简单事件的概率计算，熟练掌握概率公式符合条件的结果数总结果数

$P = \frac{\text{符合条件的结果数}}{\text{总结果数}}$ 是解题的关键.

先确定总结果数和符合条件（是 3 的倍数）的结果数，再根据概率公式计算可能性大小.

【详解】解：∵共有 9 张卡片，

∴总结果数为 9，

∵卡片上的数是 3 的倍数的有 3，6，9，

∴符合条件的结果数为 3，

∴该卡片上的数是 3 的倍数的可能性大小为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ，

故答案为： $\frac{1}{3}$.

11. $\sqrt{3}-1$

【分析】本题考查了二次根式的性质. 根据二次根式的性质化简即可得.

【详解】解：∵ $1 < \sqrt{3}$ ，

$$\therefore 1 - \sqrt{3} < 0,$$

$$\therefore \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-1.$$

故答案为： $\sqrt{3}-1$.

12. $\angle B = \angle ECD$ （答案不唯一）.

【分析】本题主要考查了直角三角形全等的判定，熟练掌握全等三角形的判定定理是解题的关键. 题目已知两个直角三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 中， $\angle ACB = \angle EDC = 90^\circ$ ，且斜边 $AB = EC$. 根据全等三角形的判定添加一个角的条件使两三角形全等即可.

【详解】解：添加条件： $\angle B = \angle ECD$ ，

∵在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 中，

$$\angle ACB = \angle EDC = 90^\circ, \angle B = \angle ECD, AB = EC,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ECD \text{ (AAS)}$$

故答案为: $\angle B = \angle ECD$ (答案不唯一).

13. 30° ## 30度

【分析】本题考查了三角形的外角的定义及性质, 等边对等角, 等边三角形的性质等知识点, 解题关键是掌握上述知识点并能运用来求解.

先根据中点的意义得出 $AC = 2CD$, 结合等边三角形的性质得出 $CE = CD$, 再利用三角形外角的性质求得 $\angle E$.

【详解】解: $\because$ 点 D 为 AC 的中点,

$$\therefore AC = 2CD,$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AC = BC, \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore BC = AC = 2CD$$

$$\because BC = 2CE,$$

$$\therefore CE = CD,$$

$$\therefore \angle E = \angle CDE,$$

又 $\angle ACB$ 是 $\triangle CDE$ 的一个外角,

$$\therefore \angle ACB = \angle E + \angle CDE = 2\angle E,$$

$$\therefore 2\angle E = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle E = 30^\circ,$$

故答案为: 30° .

14. -3

【分析】本题考查了分式无意义的条件及分式的值为零的条件, 根据分式无意义的条件 (分母为零) 和分式值为零的条件 (分子为零且分母不为零), 分别求出 m 和 n 的值, 再计算 $m+n$.

【详解】解: 当 $x = -2$ 时, 分式无意义, 则 $x+m=0$, 即 $-2+m=0$, 解得 $m=2$.

当 $x=1$ 时, 分式的值为 0, 则分子 $5x+n=0$, 即 $5 \times 1+n=0$, 解得 $n=-5$.

$$\text{所以 } m+n=2+(-5)=-3.$$

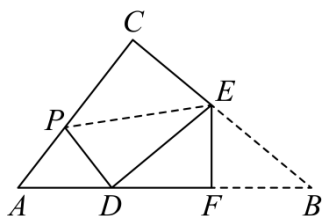
故答案为: -3.

$$15. \quad 90^\circ \quad \frac{44}{9}$$

【分析】本题主要考查了折叠的性质、等腰三角形的性质、勾股定理, 熟练掌握折叠的性质和勾股定理构

造方程是解题的关键. 利用等腰三角形性质 ($PA = PD$) 得 $\angle A = \angle PDA$, 由折叠性质得 $BE = DE$, $\angle EDB = \angle B$. 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, 故 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 进而推出 $\angle PDA + \angle EDB = 90^\circ$, 可得 $\angle PDE = 90^\circ$. 设 $BE = x$, 则 $DE = x$, $CE = 9 - x$. 先求 $AC = AP + PC = 7$, 连接 PE , 在 $\text{Rt}\triangle PCE$ 和 $\text{Rt}\triangle PDE$ 中, 由勾股定理得 $PE^2 = PC^2 + CE^2 = 4^2 + (9 - x)^2$ 和 $PE^2 = PD^2 + DE^2 = 3^2 + x^2$, 联立方程求解 x .

【详解】解: $\because PA = PD$,
 $\therefore \angle A = \angle PDA$,
 $\because \triangle EBF$ 沿 EF 折叠得到 $\triangle EDF$,
 $\therefore BE = DE$, $\angle EDB = \angle B$,
 $\because \angle C = 90^\circ$,
 $\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$,
 $\therefore \angle PDA + \angle EDB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle PDA + \angle PDE + \angle EDB = 180^\circ$,
 $\therefore \angle PDE = 90^\circ$,
 $\because AP = 3$, $CP = 4$,
 $\therefore AC = AP + PC = 7$,
 设 $BE = x$, 则 $DE = x$, $CE = CB - BE = 9 - x$,
 连接 PE ,



在 $\text{Rt}\triangle PCE$ 中, $PE^2 = PC^2 + CE^2 = 4^2 + (9 - x)^2$,

在 $\text{Rt}\triangle PDE$ 中, $PE^2 = PD^2 + DE^2 = 3^2 + x^2$,

$$\therefore 4^2 + (9 - x)^2 = 3^2 + x^2,$$

展开得 $16 + 81 - 18x + x^2 = 9 + x^2$,

化简得 $97 - 18x = 9$,

$$\text{解得 } x = \frac{44}{9},$$

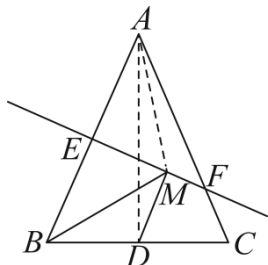
故答案为: 90° ; $\frac{44}{9}$.

16. 13

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质、垂直平分线的性质及最短路径问题，熟练掌握“利用垂直平分线的性质将线段进行转化，结合两点之间线段最短求最小值”是解题的关键。

先利用等腰三角形性质和面积公式求出 AD 的长度，再根据垂直平分线的性质将 BM 转化为 AM ，从而把 $\triangle BDM$ 的周长转化为 $BD + AD$ ，求出最小值。

【详解】解：连接 AM ， AD ，



$\because AB = AC$ ， D 为 BC 中点，

$\therefore AD \perp BC$ ，

$\because \triangle ABC$ 的面积为 36， $BC = 8$ ，

$$\therefore \frac{1}{2} \times BC \times AD = 36,$$

解得 $AD = 9$ ，

$\because D$ 为 BC 中点，

$$\therefore BD = \frac{1}{2} BC = 4,$$

$\because EF$ 是 AB 的垂直平分线，

$\therefore BM = AM$ ，

$\because \triangle BDM$ 的周长 $= BM + DM + BD = AM + DM + BD$ ，

$\because AM + DM \geq AD$ （两点之间线段最短），

$\therefore$ 当 A 、 M 、 D 三点共线时， $AM + DM = AD$ ，

$\therefore \triangle BDM$ 周长的最小值 $= AD + BD = 9 + 4 = 13$ ，

故答案为：13.

17. $4\sqrt{3}$

【分析】本题考查了求立方根，二次根式的化简及加减运算，依次进行化简，最后进行加减运算即可。

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} & \sqrt{12} + \sqrt[3]{27} + 6\sqrt{\frac{1}{3}} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 2\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{3} - 3 \\ &= 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

18. $\frac{2}{x+3}$

【分析】本题考查了分式的减法运算，会进行通分是解题的关键。对异分母分式先进行通分，再进行减法运算并化简即可。

【详解】解： $\frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9}$

$$= \frac{2(x+3)}{(x-3)(x+3)} - \frac{12}{x^2-9}$$

$$= \frac{2(x+3)-12}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{2x+6-12}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{2x-6}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{2(x-3)}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{2}{x+3}.$$

19. 11

【分析】本题考查了二次根式的混合运算及完全平方公式，熟知运算法则和运算顺序是解题的关键。根据运算法则和运算顺序计算即可。

【详解】解： $\sqrt{2}(\sqrt{8}+2\sqrt{3})+(1-\sqrt{6})^2$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \sqrt{2} \times 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{6} + 6$$

$$= 4 + 2\sqrt{6} + 1 - 2\sqrt{6} + 6$$

$$= 11.$$

20. (1)见解析

(2)6

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质，熟练掌握全等三角形的判定定理（ASA）及利用全等三角形对应边相等进行线段计算是解题的关键。

（1）先由平行线性质的得到一组角相等，再结合已知的边和角相等，利用 ASA 判定三角形全等。

（2）由（1）的全等结论得到对应边相等，通过线段的和差关系求出 CD 的长度。

【详解】（1）证明： $\because AC \parallel BE$ ，
 $\therefore \angle C = \angle DBE$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEB$ 中,

$$\angle A = \angle BDE, \quad AC = BD, \quad \angle C = \angle DBE,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEB \quad (\text{ASA})$$

$$(2) \text{ 解: } \because \triangle ABC \cong \triangle DEB,$$

$$\therefore BC = BE = 12, \quad AC = BD = 6,$$

$$\because CD = BC - BD,$$

$$\therefore CD = 12 - 6 = 6.$$

21. -1

【分析】本题考查了分式的混合运算的化简求值，熟知分式的各运算法则是解题的关键．先对代数式进行化简，再根据化简结果，可以把 $2a - b = 0$ 转化为 $a - b = -a$ ，故可求 $\frac{a-b}{a}$ 的值，问题即可解决．

$$\text{【详解】解: } \left(\frac{a^2 + b^2}{a} - 2b \right) \div \frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

$$= \left(\frac{a^2 + b^2}{a} - \frac{2ab}{a} \right) \div \frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a} \times \frac{a + b}{a^2 - b^2}$$

$$= \frac{(a - b)^2}{a} \times \frac{a + b}{(a + b)(a - b)}$$

$$= \frac{a - b}{a},$$

$$\because 2a - b = 0,$$

$$\therefore a + a - b = 0, \text{ 即 } a - b = -a,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{-a}{a} = -1.$$

22. $x = 14$

【分析】本题考查了解分式方程，通过寻找公分母将分式方程转化为整式方程，求解后检验分母是否为零，确保解的有效性即可．

$$\text{【详解】解: 方程两边同乘 } (x - 2)(x + 2), \text{ 得 } 3(x + 2) + 2x(x - 2) = 2(x - 2)(x + 2),$$

$$\text{去括号, 得 } 3x + 6 + 2x^2 - 4x = 2x^2 - 8,$$

$$\text{整理得 } -x + 6 = -8,$$

$$\text{解得 } x = 14,$$

$$\text{检验: 当 } x = 14 \text{ 时, } x - 2 = 12 \neq 0, \quad x + 2 = 16 \neq 0,$$

∴原方程的解为 $x=14$.

23. (1)见解析;

(2) $CP \parallel AB$, 证明见解析

【分析】本题主要考查了角平分线的尺规作图、等腰三角形的性质、平行线的判定, 熟练掌握角平分线的尺规作图方法、等腰三角形“等边对等角”的性质及平行线的判定定理是解题的关键.

(1) 按照尺规作图的基本步骤, 先作 $\angle MAB$ 的角平分线 AN , 再以点 C 为圆心、 CA 为半径画弧, 交 AN 于点 P , 最后连接 CP 即可补全图形.

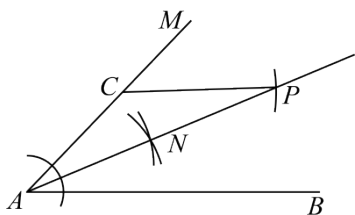
(2) 先根据角平分线的定义得到 $\angle CAP = \angle BAP$; 再由作图中 $CP = CA$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle CAP = \angle CPA$; 进而推出 $\angle CPA = \angle BAP$; 最后根据“内错角相等, 两直线平行”, 得出 CP 与 AB 的位置关系.

【详解】(1) 解: 按尺规作图步骤:

①作 $\angle MAB$ 的角平分线 AN ;

②以 C 为圆心, CA 的长为半径作弧, 交 AN 于点 P ;

③连接 CP , 得到所求图形.



(2) 解: 结论: $CP \parallel AB$,

证明: $\because AP$ 平分 $\angle MAB$,

$\therefore \angle CAP = \angle BAP$,

$\because CP = CA$,

$\therefore \angle CAP = \angle CPA$,

$\therefore \angle CPA = \angle BAP$,

$\therefore CP \parallel AB$

24. 甲种春联的单价为 6 元, 乙种春联的单价为 8 元

【分析】本题考查了分式方程的应用, 解题的关键是找准等量关系, 正确列出分式方程.

设每副甲种春联的单价是 x 元, 则每副乙种春联的单价是 $(x+2)$ 元, 利用数量 = 总价 $\div$ 单价, 结合用 900 元购进甲种春联的数量与用 1200 元购进乙种春联的数量相同, 可列出关于 x 的分式方程, 解之经检验后, 可得出 x 的值 (即每副甲种春联的单价), 再将其代入 $(x+2)$ 中, 即可求出每副乙种春联的单价.

【详解】解：设每副甲种春联的单价是 x 元，则每副乙种春联的单价是 $(x+2)$ 元，

根据题意得： $\frac{900}{x} = \frac{1200}{x+2}$ ，

解得： $x = 6$ ，

经检验， $x = 6$ 是所列方程的解，且符合题意，

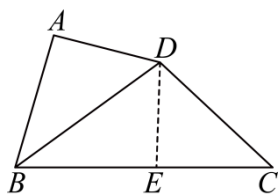
$\therefore x+2 = 6+2 = 8$ （元）。

答：每副甲种春联的单价是 6 元，每副乙种春联的单价是 8 元。

25. 见解析

【分析】要证明 $AD \perp AB$ ，只需证明 $\triangle ABD$ 为直角三角形且 $\angle A = 90^\circ$ 。我们通过在 BC 上截取 $BE = AB$ ，构造全等三角形 $\triangle ABD \cong \triangle EBD$ ，将 AD 转化为 DE ，再在 $\triangle DEC$ 中用勾股定理逆定理判定直角，求出 BD 的长度，最后回到 $\triangle ABD$ 验证勾股定理逆定理即可。

【详解】解：在 BC 上截取 $BE = AB = 4$ ，连接 DE ，



$\because BE = AB, \angle ABD = \angle CBD, BD = BD,$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD$ (SAS),

$\therefore DE = AD = 3, BE = AB = 4,$

$\because BC = 7,$

$\therefore EC = BC - BE = 7 - 4 = 3,$

在 $\triangle DEC$ 中，

$DE^2 + EC^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18, CD^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18,$

$\therefore DE^2 + EC^2 = CD^2,$

$\therefore \angle DEC = 90^\circ,$

$\therefore \angle BED = 180^\circ - \angle DEC = 90^\circ,$

$\because \triangle ABD \cong \triangle EBD,$

$\therefore \angle A = \angle BED = 90^\circ,$

$\therefore AD \perp AB.$

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质、勾股定理及其逆定理，熟练掌握通过构造全等三角形实现线段与角的转化，再结合勾股定理逆定理判定直角是解题的关键。

26. (1) $5\sqrt{\frac{1}{6}}$

(2) $\sqrt{(n+1) - \frac{2(n+1)-1}{n+1}} = n\sqrt{\frac{1}{n+1}}$

(3) 见解析

(4) -1

【分析】本题考查规律型、数字的变化类、二次根式的混合运算，解题的关键是明确题意，根据已知等式总结一般规律并应用规律解题. (1) 根据题目中的例子并计算可以写出第 5 个等式；(2) 根据 (1) 中特例及发现规律，可以写出相应的猜想；(3) 根据猜想的左边利用分式的通分和二次根式的性质进行化简发现与右边一样即可；(4) 根据 (2) 中的规律对比即可求解.

【详解】(1) 解： $\sqrt{6 - \frac{11}{6}} = \sqrt{\frac{36-11}{6}} = \sqrt{\frac{25}{6}} = 5\sqrt{\frac{1}{6}}$ ，
故答案为： $5\sqrt{\frac{1}{6}}$ ；

(2) 解：第 n 个等式为 $\sqrt{(n+1) - \frac{2(n+1)-1}{n+1}} = n\sqrt{\frac{1}{n+1}}$ ，

故答案为： $\sqrt{(n+1) - \frac{2(n+1)-1}{n+1}} = n\sqrt{\frac{1}{n+1}}$ ；

(3) 证明： $\sqrt{(n+1) - \frac{2(n+1)-1}{n+1}}$

$$= \sqrt{\frac{(n+1)^2 - 2(n+1) + 1}{n+1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(n+1-1)^2}{n+1}}$$

$$= \sqrt{\frac{n^2}{n+1}}$$

$$= n\sqrt{\frac{1}{n+1}}；$$

(4) 解：根据 $\sqrt{(n+1) - \frac{2(n+1)-1}{n+1}} = n\sqrt{\frac{1}{n+1}}$ 和 $\sqrt{a - \frac{23}{a}} = b\sqrt{\frac{1}{12}}$ ，得

$$\begin{cases} 2a-1=23 \\ b=12-1 \end{cases}，$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=12 \\ b=11 \end{cases},$$

$$\therefore b-a=11-12=-1,$$

故答案为: -1.

27. (1)①见解析; ②见解析

(2) $\sqrt{2}AE = DE + CE$, 理由见解析

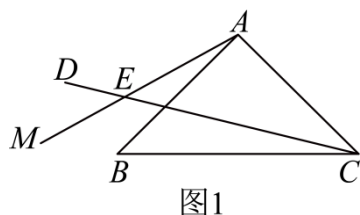
【分析】(1) ①根据“点 B 关于射线 AM 的对称点为点 D ”, 过 B 作 AM 的垂线并延长, 使垂线段到 D 的距离等于到 B 的距离, 得到点 D ; 再连接 CD 、 DE , 补全图形.

②连接 AD , 利用轴对称性质得 $AD = AB = AC$, $\angle BAM = \angle DAM = \alpha$, 推出 $\angle DAC = 90^\circ + 2\alpha$; 在等腰 $\triangle ADC$ 中求出 $\angle ADC = 45^\circ - \alpha$; 再在 $\triangle ADE$ 中用内角和定理求 $\angle AED$.

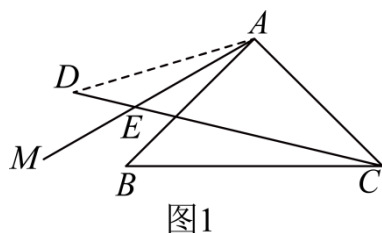
③在 CE 上截取 $CF = DE$, 连接 AF ; 证明 $\triangle ADE \cong \triangle ACF$ (SAS), 得到 $AE = AF$, $\angle DAE = \angle CAF$; 推出 $\angle EAF = 90^\circ$, $\triangle EAF$ 为等腰直角三角形, 得 $EF = \sqrt{2}AE$; 从而得到 $CE = CF + EF = DE + \sqrt{2}AE$.

(2) 连接 AD , 同理可得 $AD = AB = AC$, $\angle DAC = 90^\circ - 2\alpha$; 在 EC 的延长线上截取 $CF = DE$, 证明 $\triangle ADE \cong \triangle ACF$ (SAS), 得到 $AE = AF$, $\angle EAF = 90^\circ$, $EF = \sqrt{2}AE$; 从而得到 $\sqrt{2}AE = DE + CE$.

【详解】(1) 解: ①补全图形如下:



②连接 AD ,



$\because$ 点 B 与点 D 关于 AM 对称,

$$\therefore AD = AB, \angle BAM = \angle DAM = \alpha,$$

$$\because AB = AC, \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore AD = AC, \angle DAC = \angle BAC + 2\alpha = 90^\circ + 2\alpha,$$

$$\because AD = AC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD = \frac{180^\circ - \angle DAC}{2} = \frac{180^\circ - (90^\circ + 2\alpha)}{2} = 45^\circ - \alpha,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle ACF,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ACF$ 中,

$$\begin{cases} AD = AC \\ \angle ADE = \angle ACF, \\ DE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ACF \quad (\text{SAS}),$$

$$\therefore AE = AF, \quad \angle DAE = \angle CAF = \alpha = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle CAF + \angle EAC = \angle BAE + \angle EAC = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = AF, \quad \angle EAF = 90^\circ,$$

$$\therefore EF = \sqrt{2}AE,$$

$$\therefore EF = DE + DF,$$

$$\therefore \sqrt{2}AE = DE + CE.$$

【点睛】本题主要考查了轴对称的性质、等腰直角三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、三角形内角和定理，熟练掌握轴对称的性质构造全等三角形是解题的关键。

28. (1) A_2

(2) -2

$$(3) \frac{2}{3} \leq m \leq 2; \quad \frac{8}{3}$$

【分析】本题主要考查平移与对称，掌握平移及对称图形的特点是解题的关键。

(1) 根据“ m -关联点”的定义作图即可求解；

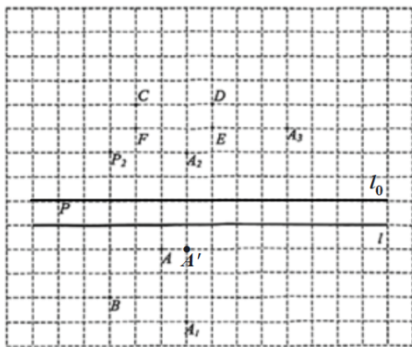
(2) 根据“ m -关联点”的特征可知， A 需向左平移 2 个单位，再检验即可；

(3) 分 $m \leq 0$ 和 $m > 0$ 进行讨论，当 $m > 0$ 时，寻找两临界点， F 为 T 的“ m -关联点”和 D 为 T 的“ m -关联点”，分别作图得到 m 的值及点 T 与直线 l 的距离即可求解。

【详解】(1) 根据题意，得到点 A 的“1-关联点”，

如图：先将直线 l 向上平移 1 个单位得到 l_0 ，点 A 向右平移一个单位得到 A' ，

再 A' 关于直线 l_0 对称，图中 A_2 与 A' 关于直线 l_0 对称，



故答案为： A_2 ；

(2) 点 B 是点 A 的“ m -关联点”，

则直线 l 向上 ($m > 0$) 或向下 ($m < 0$) 平移 $|m|$ 个单位得到直线 l_0 ，

点 A 向右 ($m > 0$) 或向左 ($m < 0$) 平移 $|m|$ 个单位得到点 A' ， A' ， B 关于 l_0 对称，

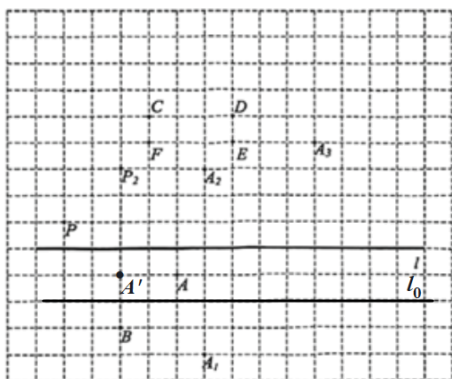
$\therefore A'$ ， B 需纵向位置相同，

$\therefore A$ 需向左平移 2 个单位，

$\therefore m = -2$ ，

$m = -2$ 时，如图，直线向下平移 2 个单位得到直线 l_0 ，

点 A 向左平移 2 个单位得到点 A' ，此时 A' ， B 关于直线 l_0 对称，符合题意，



故答案为： -2 ；

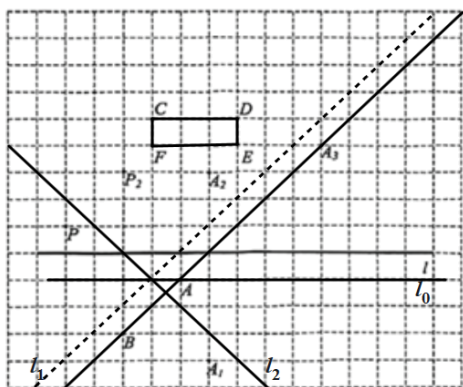
(3) 根据题意，作直线 AB 的“ m -关联点”

直线 l 向上 ($m > 0$) 或向下 ($m < 0$) 平移 $|m|$ 个单位得到直线 l_0 ，

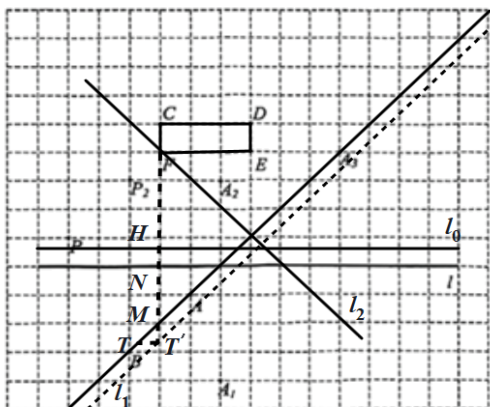
直线 AB 向右 ($m > 0$) 或向左 ($m < 0$) 平移 $|m|$ 个单位得到直线 l_1 ，

直线 l_1 关于直线 l_0 对称得到直线 l_2 ，只需直线 l_2 与长方形 $CDEF$ 有交点即符合题意，

如图， $m \leq 0$ 时，直线 l_2 与长方形 $CDEF$ 无交点，不符合题意，



$m > 0$ 时，如图，当 F 为 T 的“ m -关联点”时，



设 $T'F$ 与直线 AB 、 l 、 l_0 分别交于点 M 、 N 、 H ，

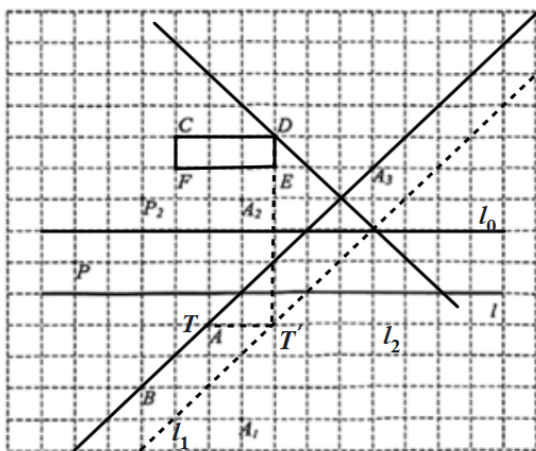
$$\therefore TT' = NH = MT' = m,$$

又 $\because T'$ 、 F 关于 l_0 对称，

$$\therefore T'H = HF, \text{ 即 } m + 2 + m = 4 - m,$$

$$\text{解得 } m = \frac{2}{3}, \text{ 此时点 } T \text{ 与直线 } l \text{ 的距离为 } NT' = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3};$$

当 D 为 T 的“ m -关联点”时，



由图可知， l 向上平移 2 个单位得到 l_0 ，点 A 向右平移 2 个单位再关于 l_0 对称后即为点 D ，

所以此时 $m = 2$ ， T 与 A 重合，点 T 与直线 l 的距离为 1；

综上， m 的取值范围是 $\frac{2}{3} \leq m \leq 2$ ，点 T 与直线 l 的距离的最大值为 $\frac{8}{3}$ 。

故答案为： $\frac{2}{3} \leq m \leq 2$ ； $\frac{8}{3}$ 。