

北京市朝阳区九年级综合练习(二)

数学试卷

2025.5

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 考号_____

考生须知

1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

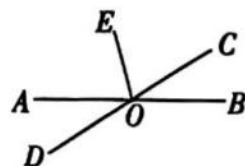
一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,其中符合题意的选项只有一个。

1. 2025 年全国两会顺利召开,在政府工作报告中提到,2024 年粮食产量首次跃上 1.4 万亿斤新台阶、亩产提升 10.1 斤。将 1 400 000 000 000 用科学记数法表示应为

(A) 14×10^{11} (B) 1.4×10^{12} (C) 1.4×10^{13} (D) 0.14×10^{13}

2. 如图,直线 AB 和 CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle AOC$,若 $\angle AOE = 74^\circ$,则 $\angle AOD$ 的大小为

(A) 16° (B) 32°
(C) 37° (D) 74° 

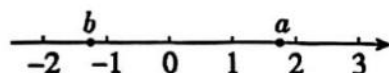
3. 下列图形中,是轴对称图形不是中心对称图形的是

(A) 等边三角形 (B) 矩形 (C) 菱形 (D) 圆

4. 不透明的袋子中装有 2 个红球、1 个绿球,这 3 个球除颜色外无其他差别,随机一次摸出两个球,颜色相同的概率是

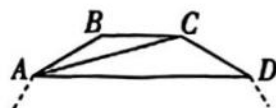
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$

5. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示,下列结论中正确的是



(A) $-a < a+b < -b < a-b$ (B) $-a < -b < a-b < a+b$
(C) $a-b < -a < -b < a+b$ (D) $-b < -a < a+b < a-b$

6. 如图, A, B, C, D 是一个正多边形相邻的四个顶点,若 $\angle CAD = 15^\circ$,则这个多边形的边数为

(A) 8 (B) 9
(C) 10 (D) 12

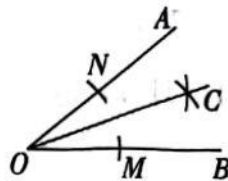
7. 右图中可以看出小明用尺规作 $\angle AOB$ 的平分线 OC 的作图痕迹, 已知小明的作图是正确的, 下列推断不一定成立的是

(A) $OM = ON$

(B) $CM = CN$

(C) $OM = CM$

(D) 若连接 CM, CN , 则 $\angle OCM = \angle OCN$



8. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, F 是 CD 上一点, 且 $CF = \frac{1}{4}CD$. 给出下面四个结论:

① AE 平分 $\angle BAF$;

② $AE^2 + EF^2 = AF^2$;

③ $AB + CF = AF$;

④ $AB + BE > AF$.

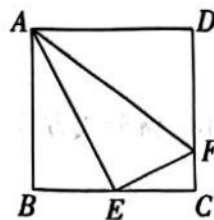
上述结论中, 所有正确结论的序号是

(A) ①②③

(B) ②③④

(C) ①④

(D) ①②③④



二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

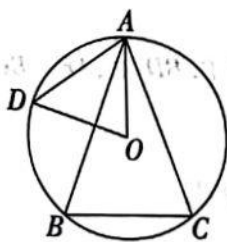
9. 若 $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $m^3 - 4m^2 + 4m =$ _____.

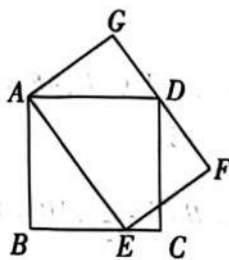
11. 不等式 $\frac{2x-5}{3} \leq \frac{x-3}{2}$ 的所有非负整数解为_____.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2 + (a+1)x + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则实数 a 的值为_____.

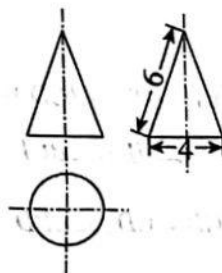
13. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AB = AC$, 点 D 在 $\odot O$ 上, OD 平分 AB . 若 $\angle B = 70^\circ$, 则 $\angle ADO =$ _____°.



第 13 题图



第 14 题图



第 15 题图

14. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E 为 BC 边上的一点, 以 AE 为边作矩形 $AEFG$, 使 GF 经过点 D , 则矩形 $AEFG$ 的面积为_____.
15. 如图是一个几何体的三视图(图中尺寸单位: cm), 根据图中所示数据, 这个几何体的表面积为_____ cm^2 .
16. 某学校安排 15 名老师和一些学生参加团体操表演, 所有师生恰好排列成矩形方阵, 要求每一行都有且只有 6 名男学生, 每一列都有且只有 8 名女学生, 则此次团体操表演最多可以安排_____名男学生, 此次团体操表演最少需要_____名学生.

三、解答题(共 68 分,第 17-19 题,每题 5 分,第 20 题 6 分,第 21-23 题,每题 5 分,第 24-26 题,每题 6 分,第 27-28 题,每题 7 分)

17. 计算: $|\sqrt{3}-2|-2\sin 60^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{12}$.

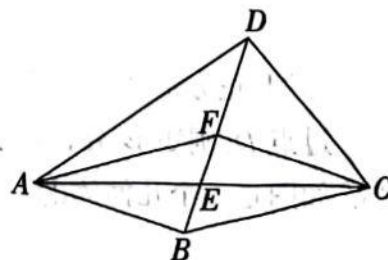
18. 解分式方程: $\frac{2x}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 2$.

19. 已知 $a-b-2=0$, 求代数式 $\frac{2a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a+b}$ 的值.

20. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, AC, BD 相交于点 $E, AE = EC$, 点 F 在 BD 上, $AF \parallel BC$.

(1) 求证: 四边形 $ABCF$ 是平行四边形;

(2) 若 $CB = CD, \angle ABD = 90^\circ, \tan \angle BAC = \frac{1}{3}, AB = 3$, 求 AD 的长.



21. 根据国家相关规定,新建小区的绿地率不得低于 30%,旧小区改造的绿地率不得低于 25%,一般地,绿地率可以看做是绿地面积(包括覆土绿地和实土绿地)与小区总面积的比,其中实土绿地是指绿化层下面为真实的土地,其面积应占总绿地面积的 50% 以上,覆土绿地是在人工铺设的土层上进行绿化,当覆土高度小于 1.5 m 时,不算绿地面积;当覆土高度在 1.5 m 至 3 m 时,覆土面积的 50% 计入绿地面积;只有当覆土高度超过 3 m 时,覆土面积才全部计入绿地面积.

某旧小区总面积为 $24\,000\text{ m}^2$,绿地率只有 15%,且其中覆土绿地的覆土高度都约为 2 m. 现有一种改造方案,计划把原有覆土绿地的覆土高度都增加到 3 m 以上,并增加 $1\,400\text{ m}^2$ 实土绿地,从而使实土绿地的面积达到总绿地面积的 60%. 请判断按照该方案改造后,该小区的绿地率能否合格,并说明理由.

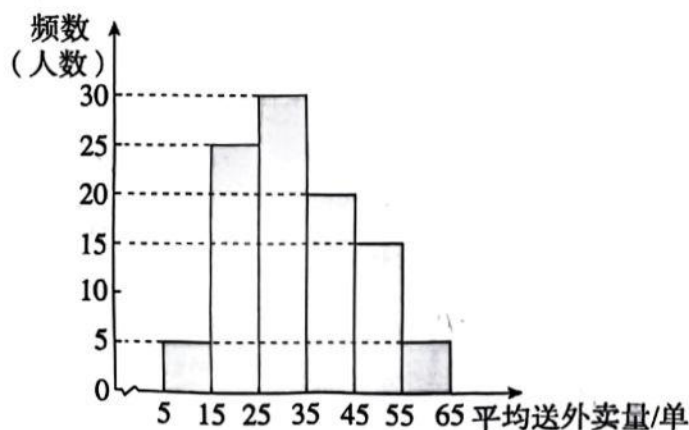
22. 在平面直角坐标系 xOy 中,一次函数 $y = kx - 2k (k \neq 0)$ 的图象与函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象的一个交点为 $A(a, 1)$.

(1) 求一次函数的表达式;

(2) 当 $x > 4$ 时,对于 x 的每一个值,函数 $y = nx (n \neq 0)$ 的值大于函数 $y = \frac{3}{x}$ 的值,且小于一次函数 $y = kx - 2k$ 的值,直接写出 n 的取值范围.

23. 某市一家快餐连锁店的外卖员都是全职骑手. 对该快餐连锁店骑手送外卖量的有关数据进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息:

- a. 随机抽取该快餐连锁店的 100 名外卖骑手, 统计他们 30 天的平均送外卖量(单位: 单), 并画出频数分布直方图(数据分成 6 组: $5 \leq x < 15$, $15 \leq x < 25$, $25 \leq x < 35$, $35 \leq x < 45$, $45 \leq x < 55$, $55 \leq x \leq 65$);



- b. 该快餐连锁店的两名外卖骑手甲、乙在这 30 天的送外卖量(单位: 单)如下:

甲	12	12	15	16	17	19	20	21	21	21	23	23	24	24	27
	29	32	33	42	47	56	56	56	56	56	58	59	59	60	62
乙	18	23	24	25	25	26	27	28	29	31	34	35	36	38	38
	38	39	39	39	39	39	39	39	39	43	43	44	45	46	48

- c. 甲、乙两名外卖骑手这 30 天送外卖量的平均数、众数、中位数如下:

	平均数	众数	中位数
甲	35.2	56	m
乙	35.2	n	38

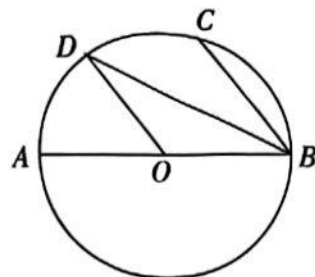
根据以上信息, 回答下列问题:

- 写出表中 m, n 的值;
- 该快餐连锁店共有 2 000 名外卖骑手, 为了鼓励工作积极性, 决定对这 30 天送外卖量前 400 名的外卖骑手发放一次性奖金, 请估计甲能否获得这笔奖金;
- 该快餐连锁店提供了两种日工资方案(不考虑其他因素): 方案一规定每日底薪 50 元, 每完成一单外卖提成 5 元; 方案二规定每日底薪 100 元, 外卖的前 24 单没有提成, 从第 25 单开始, 每送一单外卖提成 10 元.
 - 若甲、乙两人都选择了方案一, 则甲这 30 日的工资 _____ 乙这 30 日的工资(填“>”“<”或“=”);
 - 为了获得这 30 天的最高工资, 在这两种方案中, 甲应选择方案 _____, 乙应选择方案 _____.

24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, BD 平分 $\angle ABC$, 连接 OD .

(1) 求证: $BC \parallel OD$;

(2) 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 分别交 BA, BC 的延长线于点 E, F , 连接 OF , 交 BD 于点 G . 若 $BF = 8, \sin E = \frac{3}{5}$, 求 OG 的长.

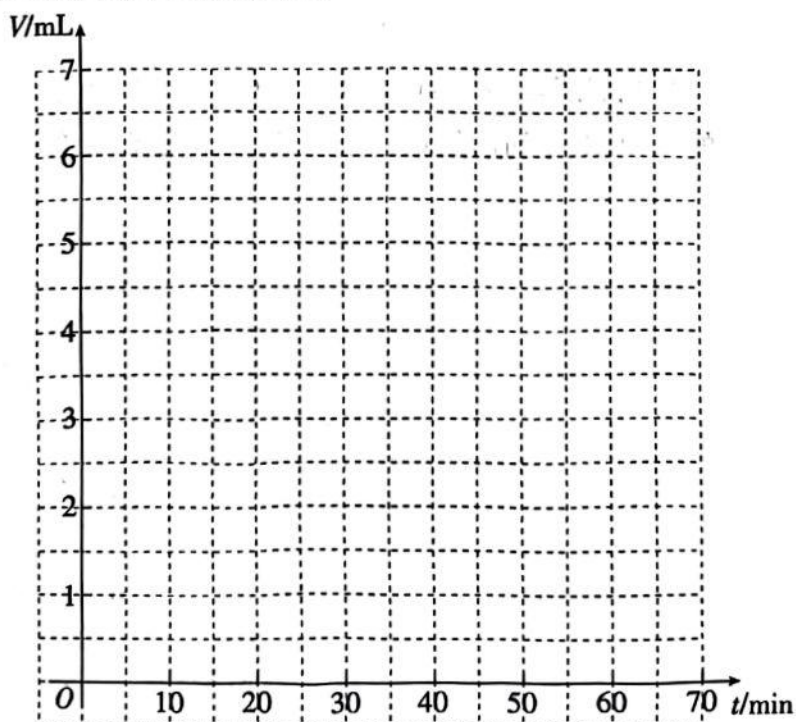


25. 科创小组分别用 A, B 两台装置提取实验物质, 当 A, B 两台装置各自工作 t min 时, 记录员分别记录了 A 装置提取的实验物质的体积 V_1 (单位: mL) 和 B 装置提取的实验物质的体积 V_2 (单位: mL), 部分数据如下:

t/min	0	5	10	20	30	40	50	60	...
V_1/mL	0		1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	...
V_2/mL	0	2.1	2.9	4.0	4.8	5.5	6.1	6.6	...

(1) 补全表格 (结果保留小数点后一位);

(2) 通过分析数据, 发现可以用函数刻画 V_1 与 t, V_2 与 t 之间的关系. 在给出的平面直角坐标系中, 画出这两个函数的图象;



(3) 根据以上信息, 解决问题:

① 若 A 装置比 B 装置早启动了 15 min, 则 A 装置启动 _____ min 时, 两台装置提取的实验物质体积相同, 约为 _____ mL (结果保留小数点后一位);

② 在①的条件下, 在同一时刻, B 装置最多可以比 A 装置多提取 _____ mL 实验物质 (结果保留小数点后一位).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x (a \neq 0)$ 上.

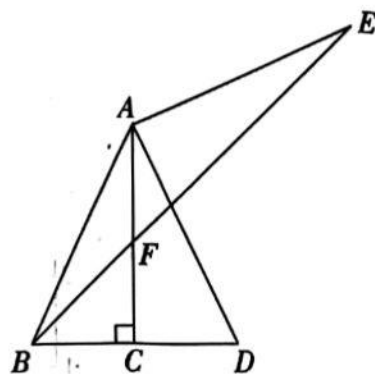
(1) 当 $a = 1$ 时, 求抛物线与 x 轴交点的坐标;

(2) 若对于任意的 $0 < x_1 < 1, a + 2 \leq x_2 \leq 3a + 4$, 总有 $y_1 \cdot y_2 < 0$, 求 a 的取值范围.

27. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, \angle ABC = \alpha, D$ 为射线 BC 上一点 (不与点 B, C 重合), 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到线段 AE , 线段 BE 与直线 AC 相交于点 F .

(1) 如图, 当 $DC = BC$ 时, 用等式表示线段 BD 与 CF 之间的数量关系, 并证明.

(2) 若对于任意的点 D , 上一问的结论总成立, 写出满足条件的 α 的值, 画出相应的图形, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于 $\odot Q$ 和 $\odot Q$ 外一点 P , 给出如下定义: 若 $\odot Q$ 的一条弦 MN 绕点 P 旋转 α 得到的线段仍然是 $\odot Q$ 的一条弦, 则称点 P 是 $\odot Q$ 的“ α -旋称点”, 此时的 MN 是 $\odot Q$ 关于点 P 的一条“ α -旋称弦”.

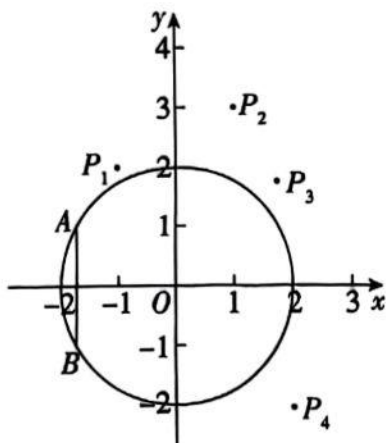


图1

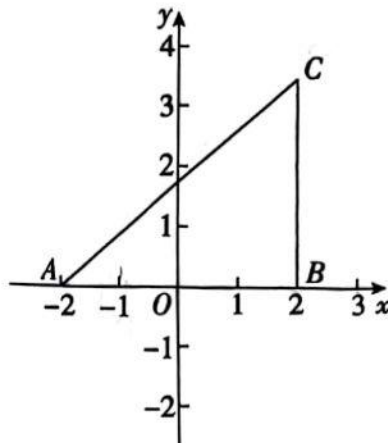


图2

(1) 如图 1, $\odot O$ 的半径为 2.

①在点 $P_1(-1, 2)$, $P_2(1, 3)$, $P_3(\sqrt{3}, \sqrt{3})$, $P_4(2, -2)$ 中, $\odot O$ 的“ 90° -旋称点”可以是_____;

②弦 AB 的长为 2, $AB \parallel y$ 轴. 若 AB 是 $\odot O$ 关于点 C 的“ 90° -旋称弦”, 直接写出点 C 的坐标;

(2) 如图 2, $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $C(2, 2\sqrt{3})$. 若点 A, B, C 都是 $\odot Q$ 的“ 60° -旋称点”, 且 $\triangle ABC$ 的边上存在 $\odot Q$ 关于点 A, B, C 的“ 60° -旋称弦”, 直接写出点 Q 的坐标, 和 $\odot Q$ 的半径 r 的取值范围.