

数学试卷

2025. 05

考生须知

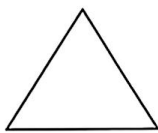
1. 本试卷共 6 页,共两部分,三道大题,28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 选择题

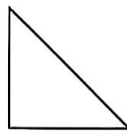
一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

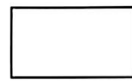
1. 下列图形中,既是轴对称图形又是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)



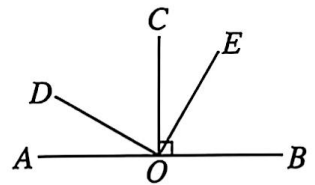
(D)

2. 据 2024 年中国国土绿化状况公报显示,我国森林蓄积量超 200 亿立方米,森林覆盖率超 25%,将 20 000 000 000 用科学记数法表示应为

(A) 0.2×10^{12} (B) 2×10^{11} (C) 2×10^{10} (D) 20×10^9

3. 如图,点
- O
- 在直线
- AB
- 上,
- $OC \perp AB$
- . 若
- $\angle DOE = 90^\circ$
- ,
- $\angle AOE = 120^\circ$
- , 则
- $\angle COD$
- 的大小为

(A) 60° (B) 50°
(C) 40° (D) 30°



4. 已知
- $a > b > 0$
- ,则下列结论正确的是

(A) $-b < -a < 0$ (B) $-a < -b < 0$ (C) $a - b < 0$ (D) $b - a < -a$

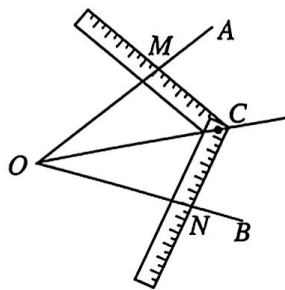
5. 若关于
- x
- 的一元二次方程
- $x^2 + 6x + m = 0$
- 有两个相等的实数根,则实数
- m
- 的值为

(A) 36 (B) 9 或 -9 (C) -9 (D) 9

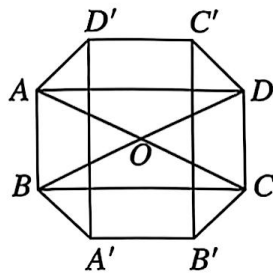
6. 不透明的袋子中装有红、绿小球各一个,两个小球除颜色外无其他差别,从中随机摸出一个小球,放回并摇匀,再从中随机摸出一个小球,则第一次摸到红球、第二次摸到绿球的概率是

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

7. 工人师傅常用角尺平分一个任意角. 做法如下: 如图, $\angle AOB$ 是一个任意角, 在边 OA, OB 上分别取 $OM = ON$, 移动角尺, 使角尺两边相同的刻度分别与点 M, N 重合. 过角尺顶点 C 的射线 OC 便是 $\angle AOB$ 的平分线. 这种方法是通过判定 $\triangle MOC \cong \triangle NOC$ 得到 $\angle MOC = \angle NOC$, 其中判定 $\triangle MOC \cong \triangle NOC$ 的依据是



- (A) 三边分别相等的两个三角形全等
(B) 两边及其夹角分别相等的两个三角形全等
(C) 两角及其夹边分别相等的两个三角形全等
(D) 两角分别相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等
8. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 2AB$, O 为对角线的交点. 将矩形 $ABCD$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到矩形 $A'B'C'D'$, 连接 AD', BA', CB', DC' , 给出下面三个结论:



- ① 连接 OC' , 则 $\angle AOC' = 90^\circ$;
② 点 O 到 AB 的距离小于点 O 到 AD' 的距离;
③ 若 $AB = a$, 则八边形 $ABA'B'CDC'D'$ 的面积为 $\frac{7}{2}a^2$.

上述结论中, 所有正确结论的序号是

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

第二部分 非选择题

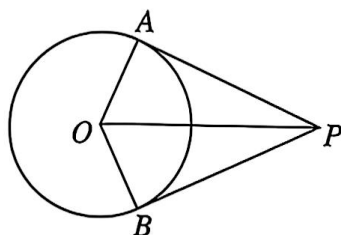
二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-8}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
10. 分解因式: $2m^2 - 8n^2 =$ _____.
11. 方程 $\frac{3}{5x+1} = \frac{1}{2x}$ 的解为_____.
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象经过点 $(3, y_1)$ 和 $(1, y_2)$, 则 y_1 _____ y_2 (填“>”“=”或“<”).
13. 某商场计划进某款运动服 200 件, 了解了某段时间内销售的 40 件该款运动服的尺码, 数据如下:

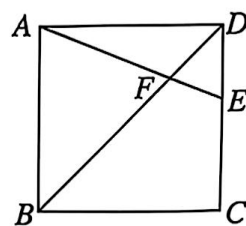
尺码	M	L	XL	XXL	XXXL
销售量/件	5	15	9	10	1

根据以上数据, 估计该商场进尺码需求最多的这款运动服的数量为_____件.

14. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 是切点. 若 $\angle AOB = 130^\circ$, 则 $\angle APO =$ _____ $^\circ$.



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在 CD 上, AE, BD 相交于点 F , $DF = DE$. 若 $AB = 1$, 则 CE 的长为 _____.
16. 甲、乙两人需要把 A, B, C, D 四个零件进行加工, 每个零件都需要先由甲进行粗加工, 再由乙进行精加工, 甲、乙两人在各自的工序中完成一个零件的加工后才能开始加工另一个零件. 这四个零件两道工序所需的时间(单位: 分钟)如下:

零件	A	B	C	D
粗加工	11	5	16	11
精加工	8	2	11	12

在不考虑其他因素的前提下, 若甲按“ $A - B - C - D$ ”的先后顺序加工零件, 则四个零件全部完成粗加工和精加工至少需要 _____ 分钟; 若使四个零件全部完成粗加工和精加工的时间最短, 则甲按 _____ 的先后顺序加工零件.

- 三、解答题(共 68 分, 第 17 - 19 题, 每题 5 分, 第 20 - 21 题, 每题 6 分, 第 22 - 23 题, 每题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27 - 28 题, 每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $2\cos 30^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + |- \sqrt{12}| - (3 - \pi)^0$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{3x-2}{2} > x-3, \\ 5(x-1) < 2x+1. \end{cases}$$

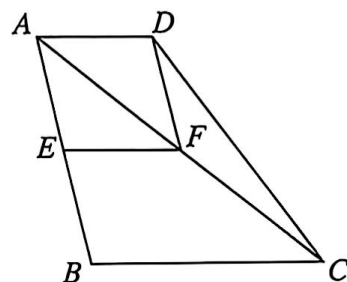
19. 已知 $a^2 + 3b^2 - 7 = 0$, 求代数式 $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{2b}{a+b}\right) \div \frac{1}{a^2-b^2}$ 的值.

20. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = BC$, E 是 AB 的中点, F 是对角线 AC 的中点, $DF \parallel AB$.

(1) 求证: 四边形 $AEFD$ 为菱形;

(2) 连接 DE 交 AC 于点 G , 若 $DE = 2$, $\sin \angle ACD = \frac{1}{4}$,

求 AF 的长.



21. 2024 年 12 月 29 日, “CR450” 动车组样车在北京发布, 标志着“CR450 科技创新工程”取得重大突破. 北京南站与上海虹桥站之间的铁路长约为 1 300 km, 若“CR450”动车投入使用后, 某日上午 8:00, “CR450”、“复兴号 CR400”两辆动车同时分别从北京南站、上海虹桥站出发, 相向而行, 匀速行驶, 当日上午 10:00 相遇. 此后, “复兴号 CR400”动车的速度提升了 70 km/h, 当日 12:30 到达北京南站. 若“CR450”动车的速度不变, 则“CR450”动车当日 12:00 前是否可以到达上海虹桥站, 并说明理由.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(2, 1)$ 和 $(0, -1)$, 与过点 $(0, 3)$ 且垂直于 y 轴的直线交于点 A .

(1) 求该函数的解析式及点 A 的坐标;

(2) 当 $x < 4$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = \frac{1}{2}x + n$ 的值大于函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值且小于 3, 直接写出 n 的值.

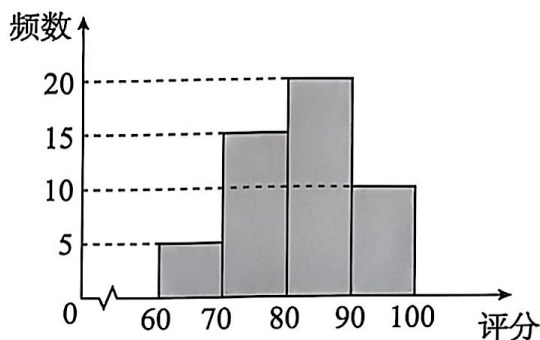
23. 某校调研教师、学生、家长对科技节的满意度.

(1) 从全校教师和学生中分别随机抽取了 10 人和 50 人对科技节的满意度进行评分 (百分制), 对他们的评分进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 教师评分:

79 84 85 85 88 88 88 89 90 93

b. 学生评分的频数分布直方图如下 (数据分成 4 组: 第 1 组 $60 \leq x < 70$, 第 2 组 $70 \leq x < 80$, 第 3 组 $80 \leq x < 90$, 第 4 组 $90 \leq x \leq 100$):



c. 师生评分的平均数、中位数、众数如下:

	平均数	中位数	众数
教师	86.9	88	m
学生	81.38	n	87

根据以上信息, 回答下列问题:

- ① m 的值为 _____, n 的值位于学生评分数据分组的第 _____ 组;
- ② 若在分析学生评分数据时发现一个记录为“70”的数据有误, 如果去掉该数据, 那么其余 49 个数据的平均数、中位数、众数与原来的 50 个数据的平均数、中位数、众数分别相比, 一定变大的是 _____ (填“平均数”“中位数”或“众数”);

(2) 学校邀请了四位家长对科技节的“活动丰富”与“学生参与”的满意度进行评分 (百分制), 评分如下:

	家长 1	家长 2	家长 3	家长 4
活动丰富	90	93	94	91
学生参与	91	91	93	k

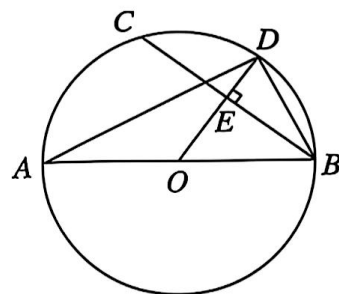
记四位家长对“活动丰富”满意度评分的平均数、方差分别为 $\bar{x}_1, s_1^2$, 对“学生参与”满意度评分的平均数、方差分别为 $\bar{x}_2, s_2^2$, 若 $\bar{x}_1 \leq \bar{x}_2, s_1^2 > s_2^2$, 则 k (k 为整数) 的最大值为 _____.

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, $OD \perp BC$ 于点 E .

(1) 求证: $\angle CBD = \angle BAD$;

(2) 过点 A 的切线交 DO 延长线于点 F . 若 $\tan \angle BAD = \frac{1}{2}$,

$BC = 8$, 求 OF 的长.



25. 某小组设计了一款自动浇花装置, 小组同学调节浇花装置出水管, 使其沿水平方向. 水滴从出水点水平喷出后的运动路线可以看作是抛物线的一部分. 从水滴离开出水点到落地点的过程中, 水滴距离地面的竖直高度为 y (单位: m), 水平距离为 x (单位: m), 建立如图 1 所示的平面直角坐标系.

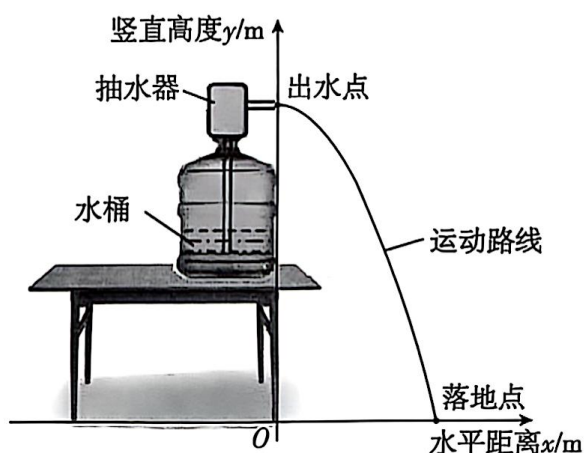


图 1

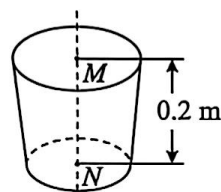


图 2

a. 通过仪器测量, 小组同学记录了水滴离开出水点后的运动时间为 t (单位: s) 时的多组数据, 其中几组数据如下:

时间 t/s	0	0.10	0.20	0.30
水平距离 x/m	0	0.10	0.20	0.30
竖直高度 y/m	h	0.75	0.60	0.35

b. 小组同学通过学习知道, 水滴运动时, 水平距离 x 与时间 t 的关系为 $x = vt$ (v 为水滴离开出水点时的速度, 单位 m/s)

根据以上信息, 解决下列问题:

(1) v 的值是_____;

(2) h 的值是_____, 水滴从离开出水点到落在落地点, 需要经过_____s;

(3) 将如图 2 所示的一个高为 0.2 m 的花盆放置在地面上, 使花盆底面中心 N 在图 1 所示的 x 轴上, 且 $ON = 0.4$ m. 若该装置可以调节出水点的高度 (出水管保持水平), 要使水滴运动时恰好经过花盆顶端中心 M (不考虑其他因素), 则需要将出水点向_____ (填“上”或“下”) 平移_____m.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x (a \neq 0)$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求抛物线的顶点坐标;

(2) 已知 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 是抛物线上的三个点. 若对于 $-3 \leq x_1 \leq -1$, $x_2 = 2, x_3 = 3a$, 都有 $y_2 < y_3 < y_1$, 求 a 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha$, D 是 $\triangle ABC$ 内一动点, 连接 DB , 将线段 DB 绕点 D 顺时针旋转 $180^\circ - \alpha$ 得到线段 DE , 连接 CE .

(1) 如图 1, 当点 E 与点 A 重合时, 求证: $AD \perp BC$;

(2) 如图 2, 当点 E 在 $\triangle ABC$ 外部时, DE 与 AC 交于点 F , 取 CE 中点 P , 连接 AP, DP , 直接写出 $\angle APD$ 的大小, 并证明.

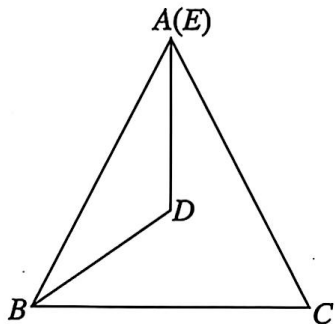


图 1

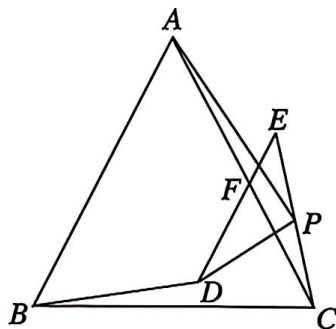
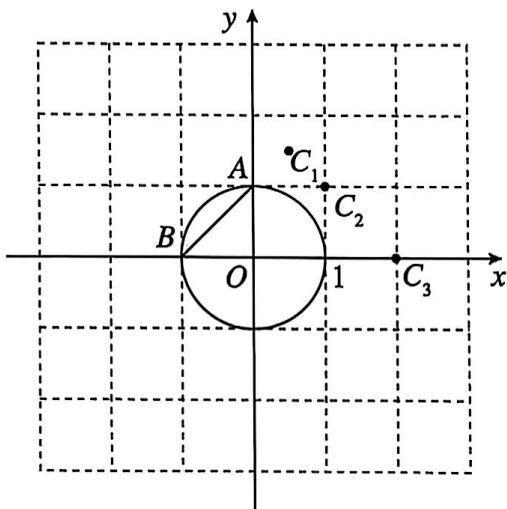


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1. 对于点 C 和 $\odot O$ 的弦 AB , 给出如下定义: 点 C 向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度, 得到点 C' , 若点 C' 在弦 AB 上, 且不与点 A, B 重合, 则称点 C 是弦 AB 的“伴随点”.

(1) 如图, 点 $A(0, 1), B(-1, 0)$, 在点 $C_1(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}), C_2(1, 1), C_3(2, 0)$ 中, 弦 AB 的“伴随点”是_____;



(2) 已知 D 是直线 $y = x$ 上一点, 且存在 $\odot O$ 的弦 $EF = 1$, 使得点 D 是弦 EF 的“伴随点”. 记点 D 的横坐标为 t , 直接写出 t 的取值范围;

(3) 已知点 $M(m, \frac{1}{2}), N(m+1, \frac{1}{2})$. 对于线段 MN 上任意一点 S , 存在 $\odot O$ 的弦 PQ , 使得点 S 是弦 PQ 的“伴随点”, 将点 S 对应的弦 PQ 的长度的最小值记为 d , 直接写出 d 的最大值及 m 的取值范围.